

תרגיל 9 – אינטגרלים משטחיים, משפט גאוס ומשפט סטוקס

1. (ממבחן של דר' שמחה הורוביץ)

$$\vec{F}(x, y, z) = (\sin^2(y)z)i + \left(e^{(x^2)}z^2\right)j + z^2k$$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 4 - x^2 - y^2, 0 \leq z \leq 4\}$$

יהי \vec{n} הנורמל כלפי מעלה למשטח.

$$\iint_M \vec{F} \cdot \vec{n} ds$$

2. (ממבחן של דר' שמחה הורוביץ)

$$\vec{F}(x, y, z) = (y + x^2 - 2)i + (3xy)j + (z^2 + 2xz)k$$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, 0 \leq z\}$$

יהי \vec{n} הנורמל כלפי מעלה למשטח.

$$\iint_M \text{rot} \vec{F} \cdot \vec{n} ds$$

3. (ממבחן של דר' שמחה הורוביץ)

$$\vec{F}(x, y, z) = (\sin(yz) + x^7)i + (z^5 - 7x^6)j + (z^2)k$$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4(x^2 + y^2) \leq z^2, 0 \leq z \leq 6\}$$

יהי A משטח הפנים של כל החרוט, ויהי \vec{n} הנורמל החיצוני לא.

$$\iint_A \vec{F} \cdot \vec{n} ds$$

4. (ממבחן של דר' שמחה הורוביץ)

$$, M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 36, 0 \leq z\}$$

יהי $\vec{F}(x, y, z) = zi + xj + yk$, יהי \vec{n} הנורמל כלפי מעלה למשטח M. נסמן ב C את שפת המשטח מכוונת נגד כיוון השעון.

$$א. \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$ב. \iint_M \text{rot} \vec{F} \cdot \vec{n} ds$$

5. (ממבחן של דר' שמחה הורוביץ)

יהי שדה וקטורי $\vec{F}(x, y, z) = x^2i + y^2j + z^2k$ ויהי תחום

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \sqrt{9 - x^2 - y^2}\}$$

הנורמל \vec{n}

יהי A משטח הפנים של כל התחום, ויהי הנורמל

החיצוני ל A .

$$\iint_A \vec{F} \cdot \vec{n} ds$$

חשבו את

6. (ממבחן של דר' שמחה הורוביץ)

יהי שדה וקטורי $\vec{F}(x, y, z) = (z + y \cos(xy)e^z)i + (x \cos(xy)e^z)j + (\sin(xy)e^z)k$

יהי A משטח שהוא אותו חלק מהגרף $z = -8x^2 - 8y^2$ שמעל עיגול היחידה $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$,

ותהי C השפה של A , מכוונת חיובית ביחס לנורמל כלפי מעלה המשטח.

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

חשבו את