

תרגילים לדוגמא בנוסחאות נסיגה

תרגיל I

א. לכל אחת מן הדוגמאות הבאות מצאו תנאי התחלה ומשוואת הפרשים:

- (1) מספר המילים בנות n מעל הא"ב $\{0,1\}$ כשבין כל שני אפסים מופיעים לפחות 4 אחדים.
- (2) מספר המילים בנות n מעל הא"ב $\{0,1,2\}$ כשהספרה 2 לא מופיעה פעמיים ברצף.
- (3) מספר תת-הקבוצות של $\{1, \dots, n\}$ שלא מכילות שני מספרים עוקבים.
- (4) מספר תת-הקבוצות של $\{1, \dots, n\}$ שמכילות שני מספרים עוקבים.
- (5) מספר תת-הקבוצות של $\{1, \dots, n\}$ שלא מכילות שלושה מספרים עוקבים.
- (6) מספר תת-הקבוצות של $\{1, \dots, n\}$ שמכילות שלושה מספרים עוקבים.

ב. מצא נוסחה מפורשת ("פיתרון") לנוסחאות הנסיגה שהתקבלו בחלק א.

תרגיל II

מצא את הפיתרון הכללי לנוסחאות הנסיגה הבאות:

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{2} f(n-1) + 1 \\ f(1) &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(n) &= 5f(n-1) - 6f(n-2) \\ f(1) &= -1, f(2) = 1 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} f(n) &= 5f(n-1) - 6f(n-2) + 7 \\ f(0) &= 1, f(1) = 2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n-1) + 2f(n-2) + n + 1 \\ f(0) &= 1, f(1) = 3 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} f(n) &= 3f(n-1) + 10f(n-2) - 5 \cdot 2^n \\ f(0) &= 0, f(1) = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} f(n) &= 3f(n-1) + 10f(n-2) - (-1)^{n+1} (\sqrt{2})^{4+2n} \\ f(0) &= 0, f(1) = 1 \end{aligned} \quad (6)$$