

מבחן מועד ב' – 89-133-01/02 אינפי 2 – 02/09/16

מרצים: דר' שמעון ברוקס ודר' ארז שיינר. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

משקל כל שאלה 16 נק', ענו על כל השאלות. משך המבחן: שלוש שעות.

1. חשבו את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

$$\text{א. } \int \frac{1}{x^4-1} dx \quad \text{ב. } \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

2. קבעו לכל אינטגרל האם הוא מתכנס:

$$\text{א. } \int_0^{\infty} e^{-x} \arctan(x) dx \quad \text{ב. } \int_0^1 \frac{\ln(x)}{x-1} dx$$

3. תהיינה שתי פונקציות f, g כך שנגזרותיהן השניות מקיימות $f''(x) = g''(x)$ לכל $x \in \mathbb{R}$. כמו כן

מתקיים $f(x) \neq g(x)$ לכל $x \in \mathbb{R}$. הוכיחו כי האינטגרל $\int_1^{\infty} \frac{1}{f(x)-g(x)} dx$ מתבדר.

$$4. \text{ יהי טור החזקות } f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}}.$$

א. חשבו את הפונקציה $f(x)$. ב. מצאו את תחום ההתכנסות של הטור.

5. יהי טור חזקות $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ בעל רדיוס התכנסות $R > 0$, ונניח כי לכל $x \in (-R, R)$ מתקיים כי

$$f(x) \geq 0. \text{ עוד נניח כי } f(0) = 0. \text{ הוכיחו כי } a_1 = 0.$$

6. מצאו את הנקודות הקריטיות של הפונקציה $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3y - 3x$ וקבעו אם הן מינימום מקומי,

מקסימום מקומי או אוקף.

7. מצאו את הערך המקסימלי והערך המינימלי של הפונקציה $f(x, y) = xy^2$

$$\text{בתחום } \{(x, y) : -1 \leq x \leq 0, -1 \leq y \leq 2\}.$$