תרגיל בית 8 – טופולוגיה

**שאלה 1**

נתבונן בשלושה תת-מרחבים של :



ראינו בכיתה ש- אינו הומיאומורפי ל-. האם  הומיאומורפי ל- או ל-? **הוכיחו את תשובתכם!**

**שאלה 2**

תהי  קבוצה לא ריקה עם הטופולוגיה הקו-סופית. האם המרחב  קשיר? (רמז: תלוי בעוצמה של ).

**שאלה 3**

תזכורת – הישר של סורגנפריי. נסמן ב- את  עם הטופולוגיה הבאה :

 אמ"מ  היא איחוד של קטעים מהצורה  (כולל איחוד ריק).

1. הוכיחו כי מרכיבי הקשירות של  הם הנקודונים.

כלומר, הראו שאם  הוא תת-מרחב בעל יותר מנקודה אחת, אזי הוא אינו קשיר.

1. מצאו את כל הפונקציות הרציפות . כלומר, קבעו אילו פונקציות הן רציפות והוכיחו גם שהפונקציות שלא נכנסו לרשימה שלכם – הן אינן רציפות.

**שאלה 4**

הוכיחו כי  אינו הומאומורפי ל- עבור .

**שאלה 5**

תרגיל (ממבחן)

יהי . הראו שאם  צפוף ב- וכן אז  איננו קשיר.

**שאלה 6**

יהי  מרחב טופולוגי ויהי  תת-מרחב קשיר. הוכיחו שלכל תת-מרחב , אם  אזי  קשיר.

**שאלה 7**

יהי  מ"ט ויהיו . נתון כי  קשיר,  סגוחה (סגורה ופתוחה) וכן . הוכיחו כי .

**שאלה 8**

יהי  מ"ט ותהיינה  תת-קבוצות סגורות. נניח כי התת-מרחבים  ו- קשירים. הוכיחו ש- ו- קשירים.

הדרכה: מ"ל ש-- קשיר שכן ההוכחה ש- קשיר סימטרית. הניחו בשלילה ש-כאשר  סגורות...

**בּהצלחה!**