

תרגיל בית 4

1. תנו דוגמא לפונקציה f שאינה מדידה לבג אבל $|f|$ כן מדידה לבג.

2. תהי $\{A_i\}$ סדרה של קבוצות זרות במרחב מדיד (X, S) .

i. יהיו $\{g_i\}_{i \geq 1}$ סדרה של פונקציות על X המדידות S . הראו כי $\sum_{i=1}^{\infty} 1_{A_i} g_i$ מתכנסת

ומדידה S .

ii. נניח כי $\bigcup_n A_n = X$. תהי $\mathcal{G} = \sigma(\{A_i : i \geq 1\})$ ופונקציה $h: X \rightarrow \mathbb{R}$. הראו כי h

מדידה אמ"מ h קבועה על כל A_i .

3. יהי מרחב מדיד (X, S) ועליו מוגדרות הפונקציות המדידות $f_1, f_2, f_3: X \rightarrow \mathbb{R}$ ו- f_3 ($i = 1, 2, 3$). התבוננו במשוואה הבאה

$$f_1(x)t^2 + f_2(x)t + f_3(x) = 0$$

זוהי משוואה ריבועית ב t לכל $x \in X$.

הראו כי $A \equiv \{x \in X : \text{the equation has two distinct roots}\}$ הינה מדידה S .

4. יהי מרחב מדיד (X, S) ויהיו f, g פונקציות מדידות S המקבלות ערכים ב \mathbb{R} . הראו כי

הפונקציה $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} 1_{(g(x) \neq 0)}$ הינה מדידה S .