

אינפי 4 תרגיל 1:

1. נגדיר שתי עקומות $\gamma : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\delta : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ להיות שקולות אם קיימת פונקציה רציפה, מונוטונית (במובן הצר) ורציפה:

$$\varphi : [a, b] \rightarrow [c, d]$$

עבורה $\forall t \in [a, b]. \gamma(\varphi(t)) = \delta(t)$. הוכיחו שהיחס "שקילות בין עקומות" הוא יחס שקילות.

2. תהי f פונקציה גזירה ברציפות בקטע $[a, b]$. הוכיחו כי לגרף הפונקציה בתחום אורך סופי המוגדר ע"י:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

3. בעזרת הנוסחה לאורך עקומה, חשבו את היקפו של מעגל שרדיוסו R .

4. הוכיחו כי עבור עקומה חלקה הנתונה בקואורדינטות קוטביות $r = r(\theta)$ עבור $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ להביע את אורכה ע"י:

$$L = \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sqrt{r^2 + (r')^2} d\theta$$

5. בעזרת שאלה 4 חשבו את אורך הקרדיואדה $r = 1 + \cos\theta$ עבור $\theta \in [0, 1]$.