

שאלה 1

דני מעוניין לחפש תבנית את כל ההופעות של תבנית P במחרוזת T המכילה תווים מיוחדים שיומנו בסימן שאלה (ב- P אין סימני שאלה). סימן שאלה נחשב כמו אות כרצונו באלף-בית של המחרוזות שלנו. לדוגמא, במחרוזת $T=aba?aab?a$ מופיעה התבנית $P=abaa$ באינדקס 0 כי אם ה-? הראשון היה a היינו מקבלים $abaaab?a$. באותו אופן P מופיעה באינדקסים 2 (ה-? הראשון יכול להיות b) ו-5 (ה-? השני יכול להיות a).

לדני יש רעיון לאלגוריתם למצוא את כל ההופעות של P בתוך T . הוא יריץ אלגוריתם KMP עם שינוי קל: כל פעם כאשר הוא יצטרך להשוות בין $T[i]$ ל- $P[q]$, אם $T[i] = '?'$ הוא יתייחס אל התווים כאילו הם שווים ואחרת הוא ישווה ביניהם כרגיל.

הראו על ידי דוגמא נגדית שהאלגוריתם של דני לא עובד. (כלומר, הוא לא מוצא את כל ההופעות של P בתוך T).

שאלה 2

חשבו את הטבלה C של אלגוריתם KMP ואת הטבלאות GSP ו-LSP של אלגוריתם BM עבור המחרוזת $abaaabaaba$.

שאלה 3

עבור מחרוזת X נגדיר את X^n להיות המחרוזת המתקבלת משרשור n עותקים של X . לכל מחרוזת Y נגדיר את $\rho(Y)$ להיות ה- n המקסימלי עבורו קיים X כך ש- $Y = X^n$. (לדוגמא: $\rho(abab) = 2$, $\rho(abaa) = 1$ ו- $\rho(aaaa) = 4$). שימו לב ש- $\rho(Y) \geq 1$ לכל Y .

סימון: עבור מחרוזת T נגדיר את T_i להיות $T[0]T[1] \dots T[i-1]$ (הרישא באורך i של T).

א. נניח כי X מחרוזת באורך k ויהי $n|k$ כך ש- $X_{k-\frac{k}{n}}$ סיפא של X . הוכיחו שקיימת Y כך ש-

$$Y^n = X$$

ב. תהי X מחרוזת באורך k ונניח ש- $\rho(X) > 1$. הראו כי ה- $0 \leq i < k$ המקסימלי עבורו

X_i הוא סיפא של X הוא $i = k - \frac{k}{n}$. [הדרכה: כתבו $X = Y^n$. הראו שאם הטענה שגויה אז

$$\rho(Y) > 1$$

ג. כתבו אלגוריתם המקבל מחרוזת T ומדפיס את $\rho(T_i)$ לכל $0 < i \leq \text{Length}(T)$. על

האלגוריתם לעבוד ב- $O(\text{Length}(T))$ פעולות. הוכיחו כי האלגוריתם עובד והצדיקו את סיבוכיות הזמן שלו.

בפתרון אתם רשאים להעזר בלמה הבאה:

למה: תהי T מחרוזת ונניח כי יש מחרוזות לא ריקות A, B כך ש- $T = AB = BA$, אזי $\rho(T) > 1$.