

תרגיל מספר 4

להגשה בתוך שבועיים לידי המתרגל בלבד.

שאלה 1:

בנווה המציצים ישנם 2 אירועים בלבד שיכולים לגרום לדשא להרטב. 1. הממטרה פועלת, 2. יורד גשם. נניח שלגשם יש השפעה ישירה על פעולת הממטרה – כשיורד גשם, הממטרה כמעט לעולם אינה פועלת. הגשם רטוב כעת, מהי ההסתברות שיורד גשם בהינתן הנתונים הבאים :

יורד גשם	לא יורד גשם
0.8	0.2

ממטרה לא פועלת	ממטרה פועלת	
0.6	0.4	לא יורד גשם
0.99	0.01	יורד גשם

לדוגמא, בהינתן שיורד גשם אזי יש הסתברות של 0.4 שהממטרה פועלת והסתברות של 0.6 שהממטרה אינה פועלת.

הדשא אינו רטוב	הדשא רטוב	
0.01	0.99	ממטרה פועלת ויורד גשם
0.1	0.9	ממטרה פועלת ולא יורד גשם
0.2	0.8	ממטרה לא פועלת ויורד גשם
1	0	ממטרה לא פועלת ולא יורד גשם

לדוגמא, בהינתן שהממטרה פועלת ויורד גשם אזי הדשא רטוב בהסתברות של 0.99 (99%) ואינו רטוב בהסתברות של 0.01 (1%).

שאלה 2:

מטילים מטבע הוגן עם סיכוי p ל-"ראש" n פעמים. לאחר מכן מכניסים לכד כדור אחד אדום ומספר כדורים לבנים השווה למספר הפעמים שיצא "ראש" בהטלות המטבע.

מוציאים מהכד כדור בודד. אם יוצא כדור אדום מרוויחים 10 שקלים, אחרת, אם יוצא כדור לבן מפסידים 10 שקלים. חשבו את תוחלת ושונות הרווח בשקלים.

שאלה 3:

באוסף מסיכות יש N מסכות. מהן יש D_i מסיכות מהסוג ה- i , כאשר $i = 1, \dots, k$. הוצאו והוחזרו לאוסף n מסיכות. סמנו ב X_i את מספר המסיכות מהסוג ה- i שהוצאו (והוחזרו).

- כיצד מתפלג X_i ?
- רשמו את פונקציית ההתפלגות המשותפת של X_1 ו- X_2 .
- האם המאורעות A – המסיכה החמישית שהוצאה היא מהסוג i ו- B – המסיכה העשירית שהוצאה הם מאורעות זרים? האם הם בלתי תלויים?
- כיצד מתפלגים $X_i + X_j$ ו- $X_i | (X_i + X_j = m)$ (משתנה מקרי מותנה)?

שאלה 4:

במגירה של n זוגות שונים של גרביים, שי, אינו מקפיד לסדר את גרביו, לכן הגרביים מפוזרות בתוך המגירה. היום בבוקר המגירה לא נפתחה במלואה לכן שי לא יכל לראות איזו גרב הוא מוציא מהמגירה. מאחר ושי ידוע כאדם עם הפרעות התנהגותיות קשות, החליט להוצים גרב גרב עד שיקבל לראשונה זוג יתר על כן, מאחר ושי מתמטיקאי מתוסכל החליט לפני כן, לשבת ולחשב את פונקציית ההסתברות של מספר הגרביים שתוצאנה. אנא, עיזרו לשי במלאכתו זו, שלא יאחר לאוניברסיטה.

שאלה 5:

יואב וחנו מתחרים בקליעות לסל. הם זורקים את הכדור לסל לסירוגין: תחילה חנו ולאחריו יואב וכך הלאה. חנו קולע בהסתברות α ויואב קולע בהסתברות β . קליעה לסל מזכה את הקולע נקודה אחת.

- מהי ההסתברות ששתי הנקודות הראשונות תוגנה ברצף?
- אם המשחק נעצר כאשר חנו מצליח לקלוע פעם אחת, מהי תוחלת הנקודות של יואב באותו הזמן?