

# חקר ביצועים - תרגיל 10

19 בינואר 2012

## תרגיל

$$\begin{aligned} \max z &= c_1x_1 + c_2x_2 + 15x_3 \\ \text{s.t} &: a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

יש לנו בדף את הטבלה הסופית, ננסה למצוא את הפרמטרים של הבעיה המקורית. לפי הטבלה:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & \frac{5}{3} & 1 \\ -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix} \\ B^{-1} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \\ \bar{c}_x &= (26 \quad 14 \quad 0) \\ \bar{b} &= \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

מתקיים:

$$A = B\bar{A}$$

נהפוך את  $B^{-1}$ .

$$B = \frac{1}{|B^{-1}|} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

אז:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & \frac{5}{3} & 1 \\ -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

לכן:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 7 \\ a_{12} &= 5 \\ a_{13} &= 3 \\ a_{21} &= a_{22} = a_{23} = 1 \end{aligned}$$

מתקיים:

$$\bar{b} = B^{-1}b$$

לכן

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = B \cdot \bar{b} = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix}$$

נותר למצוא את  $c_1, c_2$ .

$$\bar{c}_x = -c_x + \bar{c}_B \cdot B \cdot \bar{A}$$

כאשר

$$\bar{c}_B = (5 \ 0)$$

אז:

$$(26 \ 14 \ 0) = (-c_1 \ -c_2 \ -15) + (5 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & \frac{5}{3} & 1 \\ -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

נפתור ונקבל

$$\begin{aligned} c_1 &= 9 \\ c_2 &= 11 \end{aligned}$$

וסיימו.

סעיף ב':

נניח כי נוסף האילוץ הבא:

$$x_1 + 8x_2 + 2x_3 \leq 15$$

האם הפתרון שקיבלנו אפשרי? האם אופטימלי?

הפתרון לא אפשרי באילוץ הזה.

נמצא פתרון אופטימלי עם האילוץ הזה.

נפתור סימפלקס. נוסיף את השורה של האילוץ לטבלה הסופית.

כעת, יש בעיה כי בשורה החדשה יש 2 משתני בסיס באילוץ וזה לא בסדר, לכן נאפס את המקדם של  $x_3$ .

כעת, קיבלנו מספר שלילי ב  $RHS$ , לכן נצטרך להמשיך בסימפלקס דואלי.

המשתנה היוצא הוא  $s_3$  כי ה  $RHS$  שלו הוא שלילי.

בשביל המשתנה הנכנס נבדוק את היחס בין המקדם ב  $z$  של  $s_1$  ו  $x_1$  לבין המקדם ב  $s_3$  של  $s_1$  ו  $x_1$  (כי

בהם היחס שלילי). היחס הכי קטן בערך מוחלט הוא של  $x_1$ , לכן הוא נכנס.

כעת אין עוד  $RHS$  שלילי ולכן סיימו.

## עץ פורש מינימלי

אנו רוצים למצוא עץ עם כל הקדקדים של הגרף שבדף, שהמשקל של הקשתות שלו מינימלי.

בכל שלב, עוברים על כל הקדקדים המחוברים לעץ ובודקים מה הקשת המינימלית.

מתחילים מ  $a$ . נבחר בקשת שהיא 4 כי היא המינימלית מ  $a$ .

כעת נבחר את 8, כי היא המינימלית מ  $a$  או  $b$ .

נבחר את 2, נמשיך ונקבל:

