

בחינה סופית בחשבון אינפיניטסימלי 2 מדמ"ח – 89-133

מועד ב' תשע"ט

מרצים: שמעון ברוקס, אלעד עטייא
מתרגלים: דורון פרלמן, ניקול בלשוב, עדי בן צבי, עקיבה מלכה, לירז כתיב, אורלי בארשבסקי
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: מחשבון

שאלון סגור לסריקה

ענו על כל השאלות

חלק א' – נכון/לא נכון : הקיפו את התשובה הנכונה (4 נקודות כל אחת)

1. אם f אינטגרבילית וזוגית, אזי $\int_0^a f(x)dx = 2 \int_{-a}^a f(x)dx$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

2. אם f אינטגרבילית על $[0, 1]$, אזי לכל סדרה $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset [0, 1]$ מתקיים

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(x_n) = \int_0^1 f(x)dx$$

(א) נכון

(ב) לא נכון

3. אם $\int_0^{\infty} f(x)dx$ מתכנס, אזי f חסומה על $(0, \infty)$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

4. אם f גזירה ברציפות, אז אורך הגרף $y = f(x)$ בין הנקודה $(a, f(a))$ לנקודה $(b, f(b))$ גדול או שווה ל- $(b - a)$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

5. אפשר לגזור את הטור $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{x}{n^2}\right)$ איבר-איבר.

(א) נכון

(ב) לא נכון

6. רדיוס ההתכנסות של טור החזקות $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n)x^n$ הוא 1.

(א) נכון

(ב) לא נכון

7. אם $f(x) = x \ln(1 + x^2)$, אז $f^{(5779)}(0) = 0$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} = \frac{7}{8}$$

(א) נכון

(ב) לא נכון

9. תהי $f(x, y)$ פונקציה של שני משתנים. אם $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ רציפות בנקודה (x_0, y_0) , אזי הנגזרת הכיוונית בנקודה (x_0, y_0) בכיוון המקביל לוקטור (v_1, v_2) היא:

$$\nabla f(x_0, y_0) \cdot \frac{(v_1, v_2)}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

(א) נכון

(ב) לא נכון

10. תהי $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה גזירה ברציפות, ונסמן $F' = f$. נסמן ב- D את העיגול שמרכזו בראשית ורדיוסו R . אזי

$$\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy = \pi(F(R^2) - F(0))$$

(א) נכון

(ב) לא נכון

חלק ב' – כל שאלה 14 נקודות

1. חשבו את האינטגרלים הלא־מסויימים הבאים:

(א) (5 נקודות)

$$\int e^x \sin(x) dx$$

(ב) (5 נקודות)

$$\int e^{2x} \sin(e^x) dx$$

(ג) (4 נקודות)

$$\int \frac{1}{e^x + 1} dx$$

2. האם האינטגרל

$$\int_0^{\infty} (-1)^{\lfloor x^2 \rfloor} dx$$

מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי, או מתבדר?
(הסימוך $\lfloor y \rfloor$ מסמן את המספר השלם הגדול ביותר הקטן מ- y)

3. לכל $n \in \mathbb{N}$, נגדיר $f_n(x) = n \cos^n(x) \sin(x)$.

(א) (5 נקודות) חשבו את $\int_0^{\pi/2} f_n(x) dx$.

(ב) (9 נקודות) האם סדרת הפונקציות $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת במידה שווה בקטע $[0, \frac{\pi}{2}]$?

4. מצאו מקסימום ומינימום מוחלטים של הפונקציה

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

בתחום

$$x^4 + y^4 \leq 1$$

5. חשבו את האינטגרל הכפול

$$\iint_D (x^2 - y^2) dx dy$$

כאשר D הוא המעויין שקודקודיו הם $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$.

בהצלחה רבה!

