

אינפי 3 – תרגיל בית 2

מרצה: פרופ' אנדריי לרנר.

מתרגלים: בועז ויינר ואורפז תורגימן.

תאריך הגשה: 20/11/2011

שאלה 1:

(א) קבעו לגבי כל אחת מתתי הקבוצות הבאות של \mathbb{R}^n האם היא: פתוחה, סגורה, לא פתוחה ולא

$$\text{סגורה } A = \{(x, y) \mid x = y\}, B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 2\}$$

(ב) תהי $C = \{(x, y) \mid x > y\} \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהי C' קבוצת נקודות ההצטברות (נק' הגבול) של C .

מצאו את C' .

האם C סגורה?

שאלה 2: ציירו את הקבוצות הבאות, וקבעו לגבי כל קבוצה האם היא פתוחה / סגורה / לא

פתוחה ולא סגורה, והאם היא חסומה.

$$(א) \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 25, x^2 - y^2 > 1\}$$

$$(ב) \{(x, y) \mid x > 0, y < 0, x + y > -1\}$$

שאלה 3: האם ניתן להגדיר את הפונקציות הבאות ב $(0,0)$ כך שתהיינה רציפות (אם כן, כיצד?)

$$(א) f(x, y) = \frac{x}{y} e^{-y^2}$$

$$(ב) f(x, y) = y \sin \frac{1}{x}$$

שאלה 4: מצא ערך של $a \in \mathbb{R}^n$ (במידה וקיים) כך שהפונקציה הבאה :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ a, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(א) רציפה לפי המשתנה x

(ב) רציפה לפי המשתנה y

(ג) רציפה

שאלה 5: הוכח :

(א) אם הפונקציה $u = f(x, y)$ המוגדרת בתחום D , רציפה לפי x ורציפה במידה שווה לפי y

(יחסית ל- x) אזי הפונקציה $f(x, y)$ רציפה ב- D .

(ב) הפונקציה $u = \cos \frac{1}{1-x^2-y^2}$ אינה רציפה במידה שווה ב- $D = \{(x, y): x^2 + y^2 < 1\}$

וכן רציפה במידה שווה בתחום $D_1 = \{(x, y): 3 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

בהצלחה!