

ענו על 5 מתוך 6 השאלות הבאות, נמקו כל תשובה.

### שאלה 1

א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $z^6 - 5z^3 + 6 = 0$ . ניתן לתת תשובה בצורה פולרית.

ב. מצא חלק עיקרי (חזקות שליליות) של  $f(z) = \frac{ze^{1/z}}{(z^2 + 9)^2}$ .  $z_0 = 3i$  סביב  $z_0$ .

### שאלה 2

א. נסח המשפט בדבר קיום של ענף של לוגריתם של פונקציה.

ב. כמה אפסים כולל ריבוי יש למשוואה  $z^4 + 5z^3 - 2z^2 - 10z + 1 = 0$  בתחומים:

(1)  $|z| < 1$  (2)  $1 < |z| < 3$  (3)  $|z| > 3$  ?

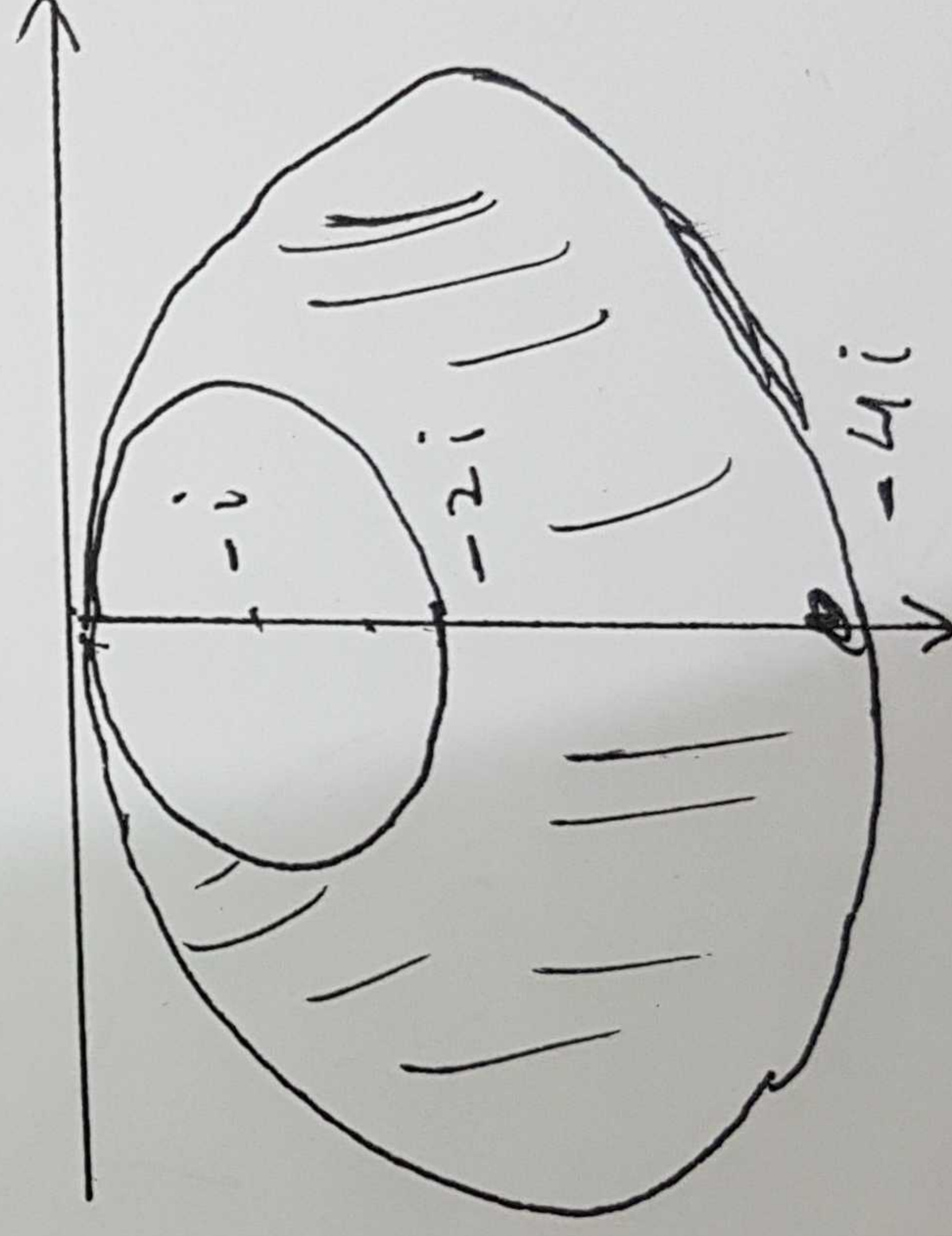
### שאלה 3

הוכח שאם  $(z_1, z_2, z_3)$  שלשה של נקודות שונות ב- $\hat{\mathbb{C}}$  וכך גם  $(w_1, w_2, w_3)$  אז יש העתקת

מביוס יחידה  $T$  כך ש  $w_1 = T(z_1)$ ,  $w_2 = T(z_2)$ ,  $w_3 = T(z_3)$ .

### שאלה 4

א. להיכן מעתיקה ההעתקה  $u(z) = \frac{1}{z}$  את התחום הכלוא בין העיגולים  $|z+i| < 1$  ו- $|z+2i| < 2$  ?



ב. האם יש פונקציה שלמה  $f$  כך שלכל  $z \in \mathbb{C}$ ,  $|f(z)| = |1 - |z||$  ?



שאלה 5

חשב  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(2+\cos\theta)^2}$

שאלה 6

א. היכן גזירה והיכן אנליטית  $f(z) = x^3 + 3xy + i(y^2 + xy)$ , ומהי הנגזרת

היכן שגזירה?

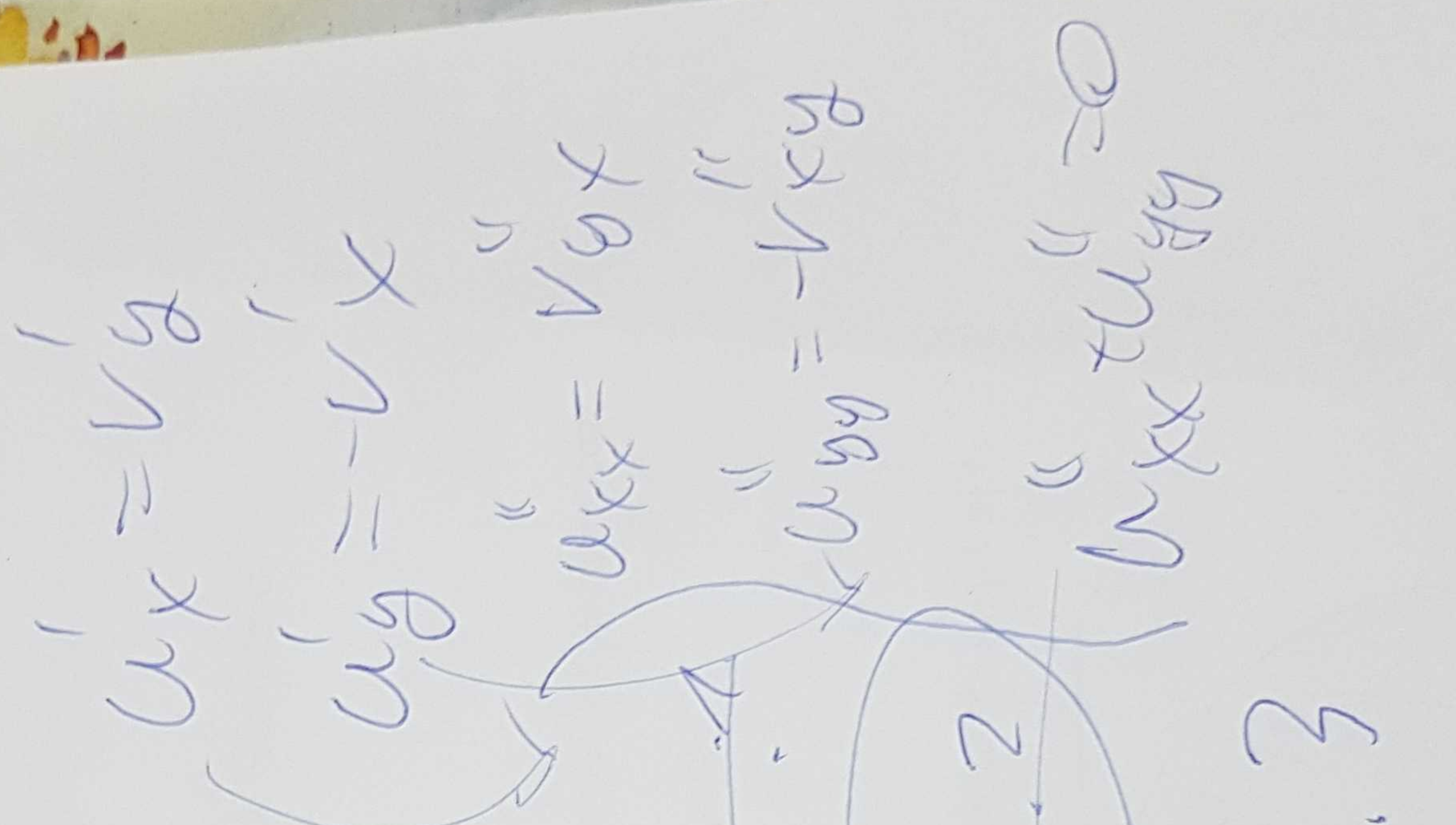
ב. נניח כי ל- $f$  סינגולריות ב- $z_0 = 0$  ומתקיים לכל  $n$  טבעי  $\frac{1}{n^3} = f\left(-\frac{1}{n}\right) = f\left(\frac{1}{n}\right)$ .

מהו סוג הסינגולריות של  $f$  ב- $0$ ?

$f(z) = u(x,y) + i v(x,y)$

**בהצלחה!**

$u(x,y) = x^3 + 3xy$



$z \rightarrow 0$

$\frac{1}{n} \rightarrow 0$

$\left| \frac{1}{n} \right| = \left( \frac{1}{n} \right)^3$

$f(z) = z^3$

$f\left(-\frac{1}{n}\right) = -\left(-\frac{1}{n}\right)^3 = -\frac{1}{n^3}$