

# אלגברה ליניארית 1

## תרגיל מספר 9

שאלה 1

נתון:

$$U = \text{Sp}\{(1,0,2), (1,1,1), (-1,-6,4)\} \text{ ו- } W = \{(x, y, z) \mid x + y - z = 0\}$$

- האם הוקטורים הפורשים את  $U$  מהווים בסיס של  $R^3$ ? נמקן.
- מצאו ל- $U$  בסיס, מימד.
- מצאו בסיס ומימד ל- $W$ .
- האם  $U \cap W$  מהווה תת-מרחב של  $R^3$ ? אם כן, מצאו בסיס ל- $U \cap W$ .

שאלה 2

$$W = \text{Sp}\{(1,2,-1,1), (2,1,-2,3), (1,4,2,1), (-1,-5,1,0)\}$$

$$\text{ו- } U = \text{Sp}\{(-1,-5,2,1), (1,3,-1,2), (2,4,-1,7), (1,-1,1,4)\}$$

מצא את:

- בסיס ומימד של  $U$
- בסיס ומימד של  $W$
- בסיס ומימד של  $W \cap U$

שאלה 3

יהיו  $W$  ו- $U$  שני תתי המרחבים הבאים של  $R^{3 \times 2}$ , מרחב המטריצות הממשיות

מסדר  $3 \times 2$ :

$$W = \left\{ A \in R^{3 \times 2} \mid A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \right\}$$

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} a+b+c+d & -2a-2c \\ b+d & -b-d \\ a+b+2c & -a-b+2c-4d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in R \right\}$$

- הוכח כי  $W$  תת מרחב של  $R^{3 \times 2}$ .
- מצא בסיס ומימד ל- $W$  ול- $U$ .
- מצא בסיס ומימד ל- $U \cap W$ .

שאלה 4

נתונה המטריצה  $A$ . מצא את דרגתה של  $A$ ,  $\dim \text{Nul } A$ , ובסיסים ל-  $\text{Col } A$ ,  $\text{Nul } A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 6 & 2 & 5 \\ -2 & 3 & -3 & -3 & -4 \\ 4 & -6 & 9 & 5 & 9 \\ -2 & 3 & 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

שאלה 5

עבור המטריצה הנתונה  $A$  מצאו בסיס למרחב השורות, מצאו בסיס למרחב העמודות ובדקו שאכן דרגת השורות = דרגת העמודות.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 9 & -1 \\ -3 & 8 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

שאלה 6

• תהי  $A \in M_{7 \times 3}(R)$  כך ש-  $\text{rank } A = 3$ .

א. האם שורות  $A$  תלויות או בלתי תלויות לינארית?

ב. האם עמודות  $A$  תלויות או בלתי תלויות לינארית?

ג. מהו מימד מרחב הפתרונות של מערכת המשוואות ההומוגנית  $A\vec{x} = \vec{0}$  )  $(\vec{x} \in R^3, \vec{0} \in R^7$

שאלה 7

נסתכל על תתי המרחבים  $U = \{A \in V \mid A^T = A\}$ ,  $W = \{A \in V \mid A^T = -A\}$  של המ"י  $V = \mathfrak{R}_{(n \times n)}$ . הוכח כי  $V = U \oplus W$ .