

בוחר אלגברה לינארית 83110

19.11.12 / ה' כסליו התשע"ג

הנחיות:

ענו על כל השאלות. כל שאלה שווה 33 נקודות (סה"כ $3 \times 33 + 3$ נק' בונוס=100).
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

1.

(א) מצא את כל ה z -ים המרוכבים עבורם המשוואה הבאה מתקיימת: (10 נק')

$$\bar{z}z + z = 3 - i$$

(ב) תהי $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$

i. הוכיחו כי AA^t מטריצה ריבועית (5 נק')

ii. הביעו את $\text{trace}(AA^t)$ באמצעות איברי המטריצה A (12 נק')

iii. נתון כי $\text{trace}(AA^t) = 0$. הוכיחו כי A היא מטריצת האפס (6 נק')

2.

(א) תהא A מטריצה ריבועית. באילו מקרים למערכת $A\vec{x} = \vec{0}$ יש פתרון יחיד
ובאילו יש אינסוף פתרונות? (13 נק').

(ב) מצא תנאי/תנאים על הפרמטרים b_1, b_2, b_3, b_4 (ממשיים) עבורם למערכת
המשוואות (1) קיים פתרון יחיד (2) אינסוף פתרונות (3) אין פתרון (20 נק')

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = b_1 \\ 4x - 5y + 8z = b_2 \\ -3x + 3y + 3z = b_3 \\ x + y - 3z = b_4 \end{cases}$$

3.

(א) תהא $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. מטריצה.

i. מצא את ההופכית שלה (14 נק')

ii. הצג את A כמכפלה של מטריצות אלמנטריות (כתוב באופן מפורש את
המטריצות) (6 נק')

(ב) יהיו $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$ כך ש $AB \neq 0$ מטריצה סקלארית. הוכח ש A, B הפיכות
ומצא את ההופכית. (13 נק')

בהצלחה!