

תרגיל – טורים כלליים, סדרות וטורי פונקציות

1. קבעו עבור כל אחד מהטורים הבאים אם הוא מתכנס בהחלט/ בתנאי/ מתבדר:

א. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt[n]{n} - 1)^n$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(-2)^n}$

ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n) \cdot \arctan\left(\frac{1}{n}\right)}{n}$

ד. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n \cdot \pi) \ln(n)}{n}$

ה. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(n^2 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right) \right)^n$

ו. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \ln(n) \ln^\alpha(\ln(n))}$ (חלקו למקרים לפי ערכי α , הניחו כי $\alpha > 0$)

ז. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n^2 + 1} - n)$

ח. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$

ט. $** \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - 10 \sin(n)}$

2. מצאו את פונקציות הגבול של הסדרות/הטורים הבאים:

א. בתחום $x \neq 0$ $f_n(x) = \frac{\sin(n \cdot x) + x}{n \cdot x}$

ב. בתחום $x \in (0, \infty)$ $f_n(x) = n(\sqrt[n]{x} - 1)$

ג. בתחום $x \in (-1, 1]$ $f_n(x) = x^{n+1} - x^n$

ד. בתחום $x \in (0, \infty)$ $f_n(x) = n \left(\sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x} \right)$

ה. בתחום $x \in (-\infty, \infty)$ $f_n(x) = (\sin(x))^{2n}$

$$x \in (-\infty, \infty) \text{ בתחום } f_n(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(\sin(x))^n}{2^{2n+1}} \quad .1$$

$$x \in (-1, \infty) \text{ בתחום } f_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+x)(n+x+1)} \quad .2$$

3. קבעו האם סדרות הפונקציות הבאות מתכנסות במידה שווה לפונקציית הגבול שלהן

$$x \in [0, 1] \text{ בתחום } f_n(x) = x^{n+1} - x^n \quad .א$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ בתחום } f_n(x) = (\sin(x))^{2n} \quad .ב$$

$$** \quad x \in (1, \infty) \text{ בתחום } f_n(x) = n \left(\sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x} \right) \quad .ג$$