שיעור 2 – 2.3.2014

שירה גלבוע, shiraboaz@gmail.com , 035317393, ננו A202 אצל יובל גרעיני.

ניתוח סטטיסטי של בעיות בפיסיקה:

עבור כל מערכת של חלקיקים (צבר אוסצילטור הרמוני, גז, נוזל וכוי) ניתן לתאר את החלקיקים במערכת במונחים של מכניקה קוונטית. ניתן מערכות כפונקציית גל $\Psi(q_1,\dots,q_f)$. פונקציה של סט של f קואורדינטות הנדרשת לתיאור המערכת.

מימדים: מספר הפרמטרים של המערכת. f= מספר דרגות החופש של המערכת. מספר הקואורדינטות הלא תלויות הדרושות לתיאור המערכת.

דוגמה: כמה דרגות חופש יש לN חלקיקים המאופיינים ע"י 3 קואורדינטות מיקום?

תשובה: $f=3N$. המיקום של כל חלקיק בכל קואורדינטה לא תלוי במיקום בקואורדינטה אחרת.

דוגמה: חלקיק יחיד במימד אחד עם דרגת חופש אחת, ניתן לתאר לחלוטין ע"י המיקום והתנע. $\delta q\cdot\delta p=h$ כאשר h הוא קבוע פלנק.

מצב המערכת הוא $q<\tilde{q}<q+\delta q$,$p<\tilde{p}<p+\delta p$. וחוק אי הוודאות של איזנברג $\delta p\delta q\geq\hbar=\frac{h}{2\pi}$.

המערכת מתוארת ע"י f קואורדינטות $q_1,..,q_f$ ו-f תנע $p_1,\dots,p_f$.

ההנחה הבסיסית של גיבס:

למערכת מבודדת בש"מ (שיווי משקל) יש סיכוי שווה להיות בכל אחד מהמצבים הנגישים שלה.

מערכת מבודדת לא מחליפה אנרגיה עם הסביבה. האנרגיה נשמרת!

בש"מ הסיכוי למצוא את המערכת על מצב לא תלוי בזמן.

המצבים הנגישים של המערכת קונסיסטנטיים עם האנרגיה הקבועה של המערכת.

דוגמה: נתונה מערכת בעלת N (אי זוגי) חלקיקים. בעלי מיקום קבוע וספין $\frac{1}{2}$. המספר הקוונטים m של כל חלקיק יכול להיות $\pm\frac{1}{2}$. לכל חלקיק יש מומנט מגנטי M אם יש לו סיפון לכיוון z, או μ – אם הספין לכיוון z-.

אנרגיה של החלקיק היא μH – אם הספין כלפי מעלה (z), ו-μH כלפי מטה (z-).

א. בהינתן ש-E = −μH , כמה מצבים נגישים יש למערכת?
ב. מה הסיכוי להיות בכל מצב?
ג. חזרו על א' וב' עבור N=3.
ד. בהינתן בזמן t=0 המערכת במצב (-++) , מה יהיו המצבים האפשריים אחרי שתגיע לש.מ.?
ה. מה הסיכוי שהספין הראשון מצביע למעלה?
ו. מה המומנט המגנטי של הספין?

פתרון:

א. $N^++N^-=N$ וגם $N^+-N^-=1$. אם נציב אחת בתוך השנייה נקבל $2N^+=N+1$, וגם $N^-=\frac{N-1}{2}$. יש לנו מצבים כמו לבחור N^+ מתוך N: $\Omega(E=-\mu H)=\binom{N}{\frac{N+1}{2}}=\frac{N!}{\left(\frac{N+1}{2}\right)!\left(\frac{N-1}{2}\right)!}$

ב. ע"פ ההנחה של גיבס נקבל $P=\frac{1}{\Omega(E=-\mu H)}$ ודי לחכימא ברמיזא.

ג. עבור N=3 נקבל $\Omega=\frac{3!}{2!1!}$ ו-$p=\frac{1}{3}\rightarrow\Omega=\frac{1}{p}$

ד. (++-),(+-+),(-++) (שלושה מצבים)

ה. ע״פ ההנחה של גיבס, אין אפשרות לדעת מה יקרה בזמן מסוים. $P_+ = \frac{\Omega(\mathrm{E},+)}{\Omega(\mathrm{E})} = \frac{\frac{\left((N-1)!\right)}{\left(\frac{N-1}{2}\right)!\left(\frac{N-1}{2}\right)!}}{\frac{N!}{\left(\frac{N+1}{2}\right)!\left(\frac{(N-1)}{2}\right)!}} = \frac{\left(\frac{N+1}{2}\right)!}{N\left(\frac{N-1}{2}\right)!} =$
$\frac{2!}{3} = \frac{2}{3}$

ו. המומנט המגנטי של הספין : $\bar{\mu}_z = \sum p(\mu_z)\mu_z = (+\mu)p_+ + (-\mu)p_- = \mu p_+ - \mu(1-p_+) = 2\mu p_+ - \mu$
ועבור $n = 3$ נקבל $\mu\left(2\cdot\frac{2}{3} - 1\right) = \frac{1}{3}\mu$