

88-235 אנליזת פורייה – מועד א'

מרצה: דר' ארז שיינר
משך המבחן: שלוש שעות
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
משקל כל שאלה: 28 נק'
ענו על כל השאלות
כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100

.1

א. מצאו את טור הסינוסים של $f(x) = \frac{\pi}{2}$
ב. חשבו את הטורים הבאים

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

2. תהי $f \in E$ רציפה בקטע $[-\pi, \pi]$ בעלת נגזרת רציפה למקוטעין, כך ש

$$f \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$$

א. הביעו פונקציה g באמצעות f כך ש

$$g \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) - b_n \sin(nx)$$

ב. הביעו באמצעות f, g את

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$$

ג. הביעו באמצעות f, g את

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$$

$$3. \text{ תהי } f(x) = \begin{cases} ax + b & -\pi \leq x < 0 \\ \cos(x) & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

א. חשבו את סכום טור הפורייה של f בנקודות $x = \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$, הביעו תשובתכם באמצעות a, b .
ב. עבור אילו ערכי a, b טור הפורייה של f יתכנס במ"ש בכל הממשיים? הוכיחו.

$$4. \text{ תהי } f(x) = \begin{cases} 1 & -\pi \leq x < \pi \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

א. חשבו את התמרת הפורייה $\mathcal{F}[f](s)$, בפרט מהו $\mathcal{F}[f](0)$?

ב. חשבו את $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sin(\pi s) \cos(\pi s)}{s} ds$.