נספח מספר 1- המשפטים הניתנים להוכחה ללא אקסיומת המקבילים[198]

משפט 1- בהינתן קטע סופי, ניתן לבנות משולש שווה צלעות.[199]

משפט 2- מנקודה נתונה (כקצה) ניתן לשרטט קטע השווה לקטע נתון[200].

משפט 3- בהינתן שני ישרים אשר אינם שווים באורכם, ניתן לחתוך מהישר הגדול ישר השווה באורכו לישר הקטן.[201]

משפט 4- אם שני משולשים שווים בשתי צלעות בהתאמה ובזווית הכלואה ביניהם, אז גם הבסיס שלהם יהיה שווה, שטחי המשולשים יהיו שווים אחד לשני, ושתי הזוויות הנותרות יהיו שוות בהתאמה.[202] [203]

משפט 5- במשולש שווה שוקיים הזוויות ליד הבסיס שוות זו לזו.

משפט 6- אם במשולש שתי זוויות שוות זו לזו, אז הצלעות שמול אותן זוויות יהיו שוות זו לזו.

משפט 7- אם שני ישרים המשורטטים בקצוות קטע נתון נפגשים בנקודה, לא ניתן לבנות שני ישרים אחרים השווים בהתאמה לישרים הקודמים, בקצוות אותו קטע נתון בהתאמה, ומאותו צד שלו ,כך שהם יפגשו בנקודה אחרת.

משפט 8- אם שלוש הצלעות של משולש אחד שוות בהתאמה לשלוש הצלעות של משולש שני, אז המשולשים חופפים.[204]

משפט 9- ניתן לחצות זווית נתונה[205].

משפט 10- ניתן לחצות ישר סופי נתון.

משפט 11- ניתן לשרטט מנקודה נתונה על ישר נתון, קו ישר היוצר זווית ישרה עם הישר הנתון[206].

משפט 12- בהינתן ישר אינסופי ונקודה שאיננה על הישר, ניתן להוריד אנך מהנקודה לישר.

---

[198] המשפטים מובאים כפי שהם מופיעים ב-[6, עמ' 241-311] (ללא שינויי ניסוח), וכן בעזרת ניתוח המשפטים ב-[11, עמ' 44-86].

[199] הוכחת משפט זה בעייתית ומסתמכת על אקסיומת הרצף הטוענת כי כל קו שמשורטט מנקודה בתוך המעגל לנקודה מחוץ למעגל, חותך את המעגל.

[200] בכיוון מסוים, ולא בכל כיוון שנרצה.

[201] זה מאפשר לשכלל את המשפט הקודם, ולשרטט קטע נתון מנקודה נתונה בכל כיוון שנרצה.

[202] אם נוסיף הגדרה של המושג "חפיפה", נוכל לומר פשוט כי המשולשים חופפים.

[203] בהוכחת משפט זה משתמש אוקלידס בטכניקה בעייתית של הרכבת המשולשים זה על זה, ולכן יש שהופכים משפט זה לאקסיומה.

[204] גם כאן משתמש אוקלידס בהוכחה בטכניקה של הרכבת משולשים, אך ניתן להוכיח את המשפט באופן אחר לאחר הוכחת משפט 23, ולעקוף את כל המקומות עד משפט 23 שמשתמשים במשפט זה.

[205] כאן משתמש אוקלידס לראשונה, מבלי לציין זאת, באקסיומה האומרת כי ניתן לבחור באופן מקרי נקודה במישור/ נקודה בצד נתון של ישר/ נקודה בין שני קצוות של קטע נתון, וכו'...

[206] במילים אחרות, ניתן להעלות אנך מכל נקודה על הישר.

משפט 13- קו ישר החותך ישר אחר יוצר עמו או שתי זוויות ישרות או שתי זוויות אשר סכומן שווה לשתי זוויות ישרות.

משפט 14- לכל ישר נתון, אם שני ישרים משני צידי הישר החותכים את הישר באותה נקודה יוצרים זוויות סמוכות אשר סכומן שווה לשתי זוויות ישרות, אז שני הישרים מונחים על ישר אחד.

משפט 15- אם שני ישרים חותכים זה את זה, הם יוצרים שתי זוויות נגדיות (קדקודיות) שוות.

משפט 16- בכל משולש אם נמשיך את אחת הצלעות, הזווית החיצונית המתקבלת גדולה מכל אחת מהזוויות הפנימיות אשר אינן צמודות לה.[207]

משפט 17- בכל משולש, סכום שתי זוויות כלשהן הוא פחות משתי זוויות ישרות.

משפט 18- בכל משולש, הצלע הגדולה נמצאת מול הזווית הגדולה.

משפט 19- בכל משולש, הזווית הגדולה נמצאת מול הצלע הגדולה.

משפט 20- בכל משולש, סכום שתי צלעות גדול מהצלע השלישית.

משפט 21- אם נבנה משני קצוות צלע נתונה של משולש שני ישרים הנחתכים בתוך המשולש, אזי שני הישרים האלו יהיו קטנים משתי הצלעות האחרות של המשולש, והם יכלאו ביניהם זוויות גדולות יותר.

משפט 22- משלושה ישרים (סופיים) השווים באורכם לשלושה ישרים נתונים, ניתן לבנות משולש, אם כל שני ישרים שנבחר, סכומם יהיה גדול מהישר השלישי.

משפט 23- מנקודה נתונה על ישר נתון, ניתן לבנות זווית השווה לזווית נתונה[208].

משפט 24- אם שני משולשים שווים בשתי צלעות בהתאמה, אך הזווית הכלואה ביניהם גדולה יותר במשולש אחד, אזי גם הצלע השלישית תהיה גדולה יותר באותו משולש.

משפט 25- אם שני משולשים שווים בשתי צלעות בהתאמה, אך הצלע השלישית גדולה יותר במשולש אחד, אזי גם הזווית הכלואה בין שני הישרים השווים גדולה יותר באותו משולש.

---

[207] את העובדה כי זווית חיצונית שווה לשתי הזוויות הפנימיות אשר אינן צמודות לה, מוכיח אוקלידס במשפט 32, לאחר שנעזר באקסיומת המקבילים. משפט 16, לעומת-זאת, איננו תלוי באקסיומת המקבילים.

[208] כאן מסתמך אוקלידס על משפט 8, אשר אותו דחינו להוכחה לאחר משפט זה. אם רוצים להימנע בהוכחה מהשימוש במשפט 8, יש צורך לבנות כאן הוכחה השונה לחלוטין מזו של אוקלידס.

משפט 26- אם שני משולשים שווים בשתי זוויות ובצלע בהתאמה, (או שהצלע מחברת בין שתי הזוויות השוות, או שלא), אז הצלעות הנוספות והזווית הנוספת יהיו שווים בהתאמה.[209]

משפט 27- אם ישר ש"נופל" על שני ישרים אחרים יוצר זוויות מתחלפות שוות, אז הישרים מקבילים זה לזה.

משפט 28- אם ישר ש"נופל" על שני ישרים אחרים יוצר זוויות מתאימות שוות, או שסכום הזוויות החד-צדדיות שווה לשתי זוויות ישרות, אז הישרים מקבילים זה לזה.

משפט נוסף אשר מופיע בהמשך ואיננו מסתמך על אקסיומת המקבילים, או על משפטים אחרים המסתמכים עליה, הוא המשפט הבא:

משפט 31- דרך נקודה נתונה (שאיננה על ישר נתון ולא על המשכו), ניתן לשרטט ישר מקביל לישר הנתון[210].

[209] הוכחת משפט זה מתחלקת לשתי הוכחות שונות עבור המקרים השונים. נשים לב כי הוכחת המקרה השני פשוטה מאד, לאחר שמוכיחים את המקרה הראשון וכן כי סכום הזוויות במשולש הוא π, אך אוקלידס מנסה לדחות את השימוש באקסיומת המקבילים (הנדרש להוכחת משפט זה) ככל יכולתו, ולכן הוא מוכיח את המקרה השני כאן מבלי להשתמש במשפט המסתמך על אקסיומת המקבילים.

[210] ישר זה הוא הישר המאונך לאנך לישר הנתון.