

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(2n)!}} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{(x^2)} - 1) \sin(2x)}{(1 - \cos(x)) \ln(1+2x)} \quad \text{א.}$$

2. תהי  $a_n$  המוגדרת על ידי נוסחת הנסיגה  $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ ,  $a_1 > 0$ .

א. מצאו לאילו ערכים של  $a_1$  הסדרה עולה, הוכיחו.

ב. נניח כי  $a_1 = \frac{1}{2}$ . הוכיחו כי הסדרה חסומה וחשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

$$3. \text{ נביט בפונקציה } f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$$

א. הוכיחו כי  $f$  גזירה ב  $x = 0$ .

ב. האם  $f'(x)$  רציפה ב  $x = 0$ ?

ג. האם  $f'(x)$  גזירה ב  $x = 0$ ?

4.

א. מצאו את המינימום של הפונקציה  $f(x) = xe^x$ .

ב. כמה פתרונות יש למשוואה  $xe^x = -\frac{1}{3}$ ?

5. תהי פונקציה ריבועית  $f(x) = x^2 + bx + c$ .

א. הוכיחו/הפריכו: קיים פתרון למשוואה  $f(x) = \sin(x)$ .

ב. הוכיחו/הפריכו: קיים פתרון למשוואה  $f(x) = e^x$ .