

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות – תרגיל מספר 1

קומבינטוריקה

1. בכמה דרכים ניתן להושיב 3 בנים ו-5 בנות בשורה? בכמה דרכים ניתן להושיב אותם כך שכל הבנים וכל הבנות יושבים ביחד?

2. כמה מילים שונות (לאו דווקא בעלות משמעות) ניתן ליצור מכל אותיות המילה MISSISSIPPI?

3. בכמה דרכים ניתן לבחור ועד של חמישה אנשים מתוך 12? בכמה דרכים ניתן לחלק 12 אנשים ל-3 ועדים של 3, 4, ו-5 אנשים?

4. א. בכמה דרכים ניתן לבחור r אנשים מתוך $n+m$?
 ב. בכמה דרכים ניתן לבחור r אנשים מתוך קבוצה של n גברים ו- m נשים, אם רוצים שבקבוצה הנבחרת יהיו k נשים? (יש להניח ש- $r < n, m$)
 ג. הוכח ש-

$$\binom{n+m}{r} = \binom{n}{0}\binom{m}{r} + \binom{n}{1}\binom{m}{r-1} + \dots + \binom{n}{r-1}\binom{m}{1} + \binom{n}{r}\binom{m}{0}$$

5. מטילים קוביה הוגנת. לפי התוצאה שיצאה מטילים מטבע הוגן (אם יצא למשל 3 מטילים את המטבע 3 פעמים). מה ההסתברות שיצא עץ בדיוק פעם אחת בכל ההטלות מטבע? האם מרחב מדגם זה סימטרי? האם מרחב מדגם זה סופי? האם שדה המאורעות סופי?

6. מסדרים ועד של יו"ר, סיו"ר וגזבר (אנשים שונים לכל תפקיד) מתוך 50 אנשים. מה ההסתברות שמשה וציפורה לא יהיו יו"ר וסיו"ר בו זמנית? (זה בסדר אם למשל משה יהיה יו"ר וציפורה תהיה גזבר, או אם משה יהיה יו"ר וציפורה לא תיבחר וכו' - רק שלא יהיו שניהם יחד יו"ר וסיו"ר).

7. בחפיסת קלפים 52 קלפים (אס, 2, 3, ..., 10, J, Q, K, X (תלתן, פיק, לבבות, יהלומים)). מוציאים שני קלפים מראש הערימה. מה ההסתברות שהעליון יהיה אס? מה ההסתברות שהתחתון יהיה אס? מוציאים את הקלף שנמצא בתחתית. מה ההסתברות שהוא יהיה אס?

8. (מתוך הספר של אמיר בק, דוגמא דומה) בכיתה K תלמידים. מה ההסתברות שלכולם ימי הולדת שונים (הנח 366 ימי הולדת אפשריים כי כולם נולדו באותה שנה מעוברת)?

9. (מתוך הספר של אמיר בק, דוגמא דומה)
 א. בהגרלת "הסטטיסטיקאי המשוגע" מנחשים 6 מספרים מתוך 45. מי שמצליח לנחש את כל השישה שיוגרו זוכה בסוף שבוע שלם של פיתרון בעיות בקומבינטוריקה. יוסי הימר על $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. מה הסיכוי שזכה?
 ב. מי שזוכה רק ב-5 ניחושים נכונים מקבל ספר בסטטיסטיקה מתנה. מה הסיכוי שרותי זכתה בפרס ניחושים זה?

הערה גורפת מכאן ועד סוף הקורס - בכל התשובות יש לתת הסבר מניח את הדעת לגבי Ω ושיטת הפיתרון.