

מבחן מועד ב' – מבוא לאנליזה 1 למורים – 88-611 – 22/02/22

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin^6(x)}{1 - \cos(x^3)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^6 + x^3 + 1} - x^2}{x^3 + 1}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5^n}{3^n + 4^n}$

2. נביט בפונקציה $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - ax + a}{x - 2} & x \neq 2 \\ b & x = 2 \end{cases}$

- א. לאילו ערכי a, b הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x = 2$?
- ב. לאילו ערכי a, b הפונקציה $f(x)$ גזירה ב $x = 2$ מהי $f'(2)$ במקרים אלה?

3. תהי סדרה המקיימת את כלל הנסיגה $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ לכל n , וכן $a_1 = \frac{1}{e}$.

א. הוכיחו כי הסדרה a_n עולה.

ב. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

4.

א. מצאו את הערך המינימלי של הפונקציה $f(x) = x \ln(x) - 3x$.

ב. לכל ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$ מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $x \ln(x) = 3x + a$.

5. תהי f הגזירה לכל $x \neq 0$, כך שקיים גבול סופי $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

א. הוכיחו או הפריכו: גם הגבול החד צדדי $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$ קיים וסופי.

ב. הוכיחו או הפריכו: אם $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ אזי f גזירה ב $x = 0$.