תרגיל 9 ־אינפי 3

15 בינואר 2017

שאלה 1

הוכיחו כי קיים כדור כלשהוא $B\subseteq\mathbb{R}^4$ שמרכזו בנקודה $(2,1,-1,-1)$ וקיימות פונקציות $f,g:B\to\mathbb{R}$ גזירות ברציפות עבורן:

$f(2,1,-1,2)=4$, $g(2,1,-1,-1)=3$ ולכל נקודה בכדור $(x,y,z,a)\in B$ מתקיים:

$$f^2+g^2+a^2=29$$
$$\frac{f^2}{x^2}+\frac{g^2}{y^2}+\frac{a^2}{z^2}=17$$

שאלה 2

הוכיחו כי המערכת

$$\begin{cases} u+v=x+y \\ \frac{sinu}{sinv}=\frac{x}{y} \end{cases}$$

מגדירה פונקציות דיפרנציאביליות $u(x,y),v(x,y)$ עבורן:

$$u\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)=v\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{6}$$

שאלה 3

תהי $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ פונקציה המוגדרת ע"י $f(x,y)=\left(\frac{x}{x^2+y^2},\frac{y}{x^2+y^2}\right)$. הוכיחו ש־$f$ הפיכה בסביבת כל נקודה פרט לראשית וחשבו את f^{-1}.

שאלה 4

הוכיחו כי הפונקציה $f(x,y)=(e^x cosy,e^x siny)$ הפיכה מקומית בסביבת כל נקודה אף לא הפיכה בכל $\mathbb{R}^2$.

שאלה 5

מצא את הערכים הגדולים ביותר והקטנים ביותר של הפונקציות הבאות:

א) $f(x,y)=xy$ על האליפסה $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$.

ב) $f(x,y)=3x+4y$ על המעגל $g(x,y)=x^2+y^2-1$.