**תזכורת**

**משפט (קיילי המילטון)** .

ניסיון הוכחה:

לא נכון, שכן:

ולא ניתן להציב את המטריצה במקום , שכן לא מוגדר.

**תזכורת**

הערה: כל מטריצה , כאשר מופיע בחזקות, ניתנת להצגה:

כאשר מטריצה שלא מכילה את .

**דוגמה**

**הוכחה**בשיווין , נציב . נקבל:

נציג את המטריצה הפולינומיאלית בצורה:

*נציב חזרה:*

נשווה את המקדמים בשני האגפים הנמצאים ליד אותן חזקות:

לאחר הכפל בחזקות של משמאל, נקבל:

נקבל: .

**דוגמה**  
תהי .

פולינום מאפס לפי משפט קיילי המילטון.

אבל גם פולינום מאפס, שכן: .

**הגדרה**  
תהי מטריצה ריבועית. אומרים ש- הינו **פולינום מינימלי** ל - אם מתקיימים התנאים הבאים:

1. הינו פולינום מאפס ל - . ז"א: .
2. הפולינום מהמעלה הקטנה ביותר המקיים את 1.
3. פולינום מתוקן. ז"א, המקדם הראשי שלו שווה ל – 1.

**דוגמה**  
תהי .

אזי: .

**משפט**לכל מטריצה קיים פולינום מינימלי יחיד.

**הוכחה**קיום - ברור כי פולינום מינימלי קיים (קיים פולינום מאפס).

יחידות – נניח כי שני פולינומים מינימליים.

נסמן: .

נתבונן בפולינום: .

מתקיים: וכן: *.*

אחרי התיקון של , נקבל פולינום מתוקן ומאפס כך ש - , לכן:

, ומתקיים:

**משפט**לכל מטריצה , מתקיים: .

**הוכחה**נשתמש בחילוק עם שארית, ז"א, נתבונן בשווין: .

נציב במקום , ונקבל:

עפ"י משפט קיילי המילטון:

*ומתקיים: , וזה לא ייתכן בגלל מינימליות של . לכן - , ז"א, , ולכן .*

**דוגמה***A=. צ"ל: למצוא פולינום מינימלי.*

*אם: , אזי:*

*אם: , אזי גם: .*

*לכן: .*

**דוגמה** *. צ"ל: למצוא פולינום מינימלי.*

*.*

*אם: , אזי:*

*לכן: .*