

תאריך הבחינה: 04/03/20

שם המרצה: ארז שיינר

שם הקורס: חדו"א 1

מס' הקורס: 130-1-0022

שנה: 2020, סמסטר: א', מועד: ב'

משך הבחינה: 4 שעות \_\_\_\_\_

שעת הבחינה: 09:00 \_\_\_\_\_

כיתה: \_\_\_\_\_

חומר עזר: \_\_\_\_\_ מחשבון \_\_\_\_\_

1. חשבו את הגבולות הבאים:

ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! \cdot 2^n}{n^n}$

ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{(e^{-x})}$

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)\sin(x+\sin(x))}{1-\cos(3x)}$

2. נביט בפונקציה  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(a+x)}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$

א. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  רציפה ב  $x = 0$  ?

ב. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  גזירה ב  $x = 0$  ? מהי  $f'(0)$  במקרים אלה?

3. תהי סדרה המוגדרת ע"י כלל הנסיגה  $a_{n+1} = \frac{a_n^3 + a_n}{2}$  וכן  $a_1 = \frac{1}{2}$ .

א. הוכיחו שלכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  $a_n < 1$ .

ב. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

4. קבעו לכל ערך  $a \in \mathbb{R}$  כמה פתרונות יש למשוואה  $x^3 - 3x = a$ . (הפרידו למקרים).

5. תהי פונקציה  $f$  הגזירה בכל  $\mathbb{R}$ .

א. הוכיחו/הפריכו: אם הנגזרת  $f'$  היא פונקציה עולה, אזי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f = \infty$ .

ב. הוכיחו/הפריכו: אם הנגזרת  $f'$  היא פונקציה חיובית ועולה, אזי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f = \infty$ .