

תרגיל 4

1. א. מצאו בצורה מפורשת שתי העתקות ליניאריות ליניאריות $T, S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ כך ש-
 $\text{Im } T = \text{span}\{(1,2,3)\}$ וכן $\text{Ker}(T) = \text{span}\{(1,3,7), (2,5,6)\}$
 ב. מצאו את ההצגה המטריצית של ההעתקות שמצאתם לפי בסיס כלשהו B (הנוח לכם ביותר) $[S]_B, [T]_B$ וכן את $[TS]_B$.

2. תהי $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ העתקה ליניארית שהצגת ביחס לבסיס $S = \{(1,0,0), (1,0,2), (1,1,1)\}$

$$[T]_S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ היא:}$$

- א. עבור הווקטור $v = (0,1,-5)$ (בבסיס סטנדרטי) ב- \mathbb{R}^3 חשב את $T(v)$ גם בבסיס סטנדרטי.
 ב. מצא בסיס לגרעין ולתמונה של T .

3. יהי $a \in \mathbb{R}$ ותהי $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ טרנספורמציה ליניארית המיוצגת בבסיס $B = \{(1,0,0), (1,1,0), (1,1,1)\}$ סדר

$$[T]_B = \begin{pmatrix} a & 1-a & 0 \\ a & 2a & 2a+2 \\ a+1 & a+1 & 2a+2 \end{pmatrix} \text{ על ידי המטריצה}$$

נתון כי $(2,2,2) \in \text{Ker } T$.

- א. מצא את הערך הקבוע של a וחשב את $T(x,y,z)$ לכל $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

- ב. מצא את המטריצה המייצגת של T על פי הבסיס הסטנדרטי של \mathbb{R}^3 .

- ג. מצא בסיסים לגרעין ולתמונה של T . (השתמש במטריצה המייצגת).

- ד. מצא את וקטור הקואורדינטות של $T(2,-2,1)$ לפי הבסיס B .

4. יהיו $v_1 = (1,2,3,1)$ $v_2 = (1,4,3,1)$. נגדיר $W = \{T \in \text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4) : v_1, v_2 \in \text{Im } T\}$

אז מהן האפשרויות עבור $\dim W$?