

מבחן מועד א' – בדידה למורים – תשע"ח

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 31/01/18 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . נקראת ממשיכה אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : (x_1 < x_2) \wedge (f(x_1) \leq f(x_2))$$

א. האם  $f(x) = \sin(x)$  ממשיכה?

ב. האם  $f(x) = x^2$  ממשיכה?

ג. תהי  $f$  ממשיכה, האם  $g(x) = -f(-x)$  בהכרח ממשיכה?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  אם  $A \cap B \subseteq C$  אזי  $(A \setminus C) \cap B = \emptyset$ .

ב. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $A \cup (B \setminus A) = B \cup (A \setminus B)$ .

ג. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $(A \setminus B) \in P(A) \setminus P(B)$ .

3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל  $n$  מתקיים כי  $4^n + 2$  מתחלק ב-3 ללא שארית.

4. תהיינה שתי פונקציות  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם  $f \circ g = g \circ f$  אזי  $f$  הפיכה אם ורק אם  $g$  הפיכה.

ב. אם  $f \circ g = g \circ f$  וגם  $f \circ g$  הפיכה, אזי  $f, g$  הפיכות.

ג. אם  $f$  חח"ע אז גם  $f + f$  חח"ע.

5. כמה סדרות המורכבות מהאותיות  $a, b, c, d, e$  באורך 5 ישנן כך ש:

א. לפחות אחת חוזרת פעמיים.

ב. כל אות מופיעה לפחות פעם אחת.

ג. לפחות אחת מבין האותיות  $a, b$  אינה מופיעה.

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	$k$ מתוך $n$
$\binom{n-1+k}{n-1}$	$n^k$	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה