

**יעדת המשמעות מזהירה!**  
 נבחן שימצאו ברשותו תומרי  
 עזר אסורים או יתפס בהעתקה  
 יענש בחומרה עד כדי הרחקתו  
 מהאוניברסיטה.

שאלון בחינה בקורס: אנליזה הרמונית (88-315-04)  
 מרצה: פרופ' מ. אגרנובסקי  
 סמסטר א', מועד ב' (כד' אייר תשס"ח, 29 מאי 2008)  
 משך המבחן - 150 דקות

שאלה 1

(א) חשב התמרת פוריה  $\hat{f}(\lambda)$  עבור  $f(x) = (a^2 + x^2)^{-1}$ ,  $a > 0$   
 (ב) חשב  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^2}$

שאלה 2

(א) מה התנאי ל-  $f(x)$  כך ש  $\hat{f} \in C^{(m)}(\mathbb{R})$  (m פעמים גזירה לרציפות)?  
 (ב) מצא  $\int_{-\infty}^{\infty} |x f(x)| dx$  אם  $\hat{f}(\lambda) = \max(1 - \lambda^4, 0)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

שאלה 3

פתור את המשוואה  $f(t) - \frac{1}{6} \int_0^t (t-y)^3 f(y) dy = t^2$ ,  $t > 0$ .

שאלה 4

על ידי שארזת מצא  $\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{(1+p^2)^2} \right]$

שאלה 5

(א) נסח תנאי דיני ל-  $f(x)$  בנקודה  $x_0 \in \mathbb{R}$   
 (ב) נסח נוסחת היפוך להתמרת פוריה.  
 (ג) מצא ערך של האינטגרל  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \lambda}{\lambda} e^{i\lambda} d\lambda$

שאלה 6

הוכח שאם  $f \in L^1(\mathbb{R})$  -  $f * f = f$  אז קיים  $A > 0$   
 כך ש  $\int_{\mathbb{R}} \hat{f}(\omega) = 0$  כש  $|\omega| > A$ ,  $\omega \in \mathbb{R}$

**בהצלחה!**

$$\mathcal{L}\left\{\frac{1}{a}\right\}, \quad a > 0$$

$$e^{-st} f(at) dt.$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{s}{a}\right)x} f(x) dx = \frac{1}{a} \mathcal{L}\{f\}\left(\frac{s}{a}\right).$$

... but useful. We can, for example, ...  
 ... 4.1, 4.2, 4.4, and 4.5.

... ce transform of  $f(t) = t^n, n \in \mathbb{Z}_+$ , by

$$= (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} \frac{1}{s}, \quad s > 0.$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$s > 0.$$

... before using Example 4.1 and (4.2) we

$$= f^{(n-1)}(0) - \dots - f^{(n-1)}(0).$$

$$= f^{(n-1)}(0) = 0.$$

$$t^n](s)$$

$$s > 0.$$

Table of Laplace Transforms

	Function	Laplace Transform
1	1	$\frac{1}{s}, s > 0$
2	$e^{at}, a \in \mathbb{R}$	$\frac{1}{s-a}, s > a$
3	$e^{zt}, z \in \mathbb{C}$	$\frac{1}{s-z}, s > \text{Re}(z)$
4	$\sin at, a \in \mathbb{R}$	$\frac{a}{s^2+a^2}, s > 0$
5	$\cos at, a \in \mathbb{R}$	$\frac{s}{s^2+a^2}, s > 0$
6	$t^n, n \in \mathbb{Z}_+$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$
7	$e^{at} \sin bt, a, b \in \mathbb{R}$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}, s > a$
8	$e^{at} \cos bt, a, b \in \mathbb{R}$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}, s > a$
9	$u_c(t), c > 0$	$\frac{e^{-cs}}{s}, s > 0$
10	$t^n e^{at}, a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}_+$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}, s > a$
11	$f'(t)$	$s\mathcal{L}\{f\}(s) - f(0)$
12	$f^{(n)}(t)$	$s^n \mathcal{L}\{f\}(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
13	$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n}{ds^n} \mathcal{L}\{f\}(s)$
14	$e^{at} f(t), a \in \mathbb{R}$	$\mathcal{L}\{f\}(s-a)$
15	$f(at), a > 0$	$\frac{1}{a} \mathcal{L}\{f\}\left(\frac{s}{a}\right)$