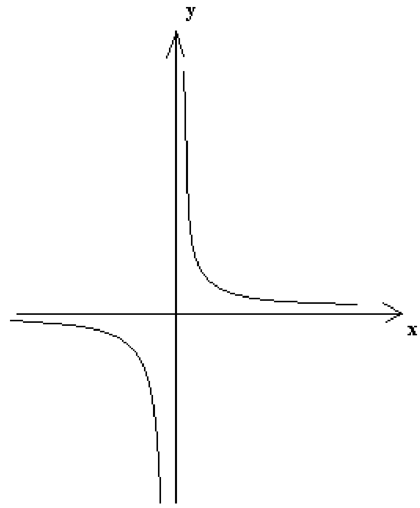
<u>תרגיל לעבודה עצמית מספר 1</u>

<u>שאלה 1</u>

הגרף של הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}$ הוא

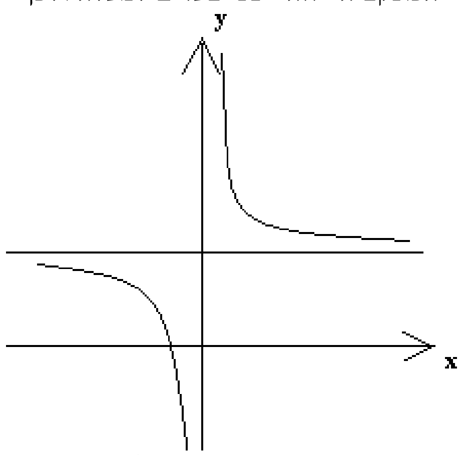


היעזר בגרף הנתון ושרטט את הפונקציות הבאות:

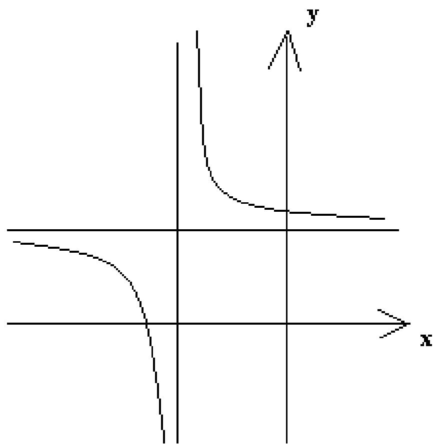
א. $f(x)=\frac{1}{x}+2$. ב. $f(x)=\frac{1}{x+3}+2$. ג. $f(x)=\frac{1}{x-1}-4$. ד. $f(x)=\frac{1}{x+1}-3$.

<u>פתרון</u>

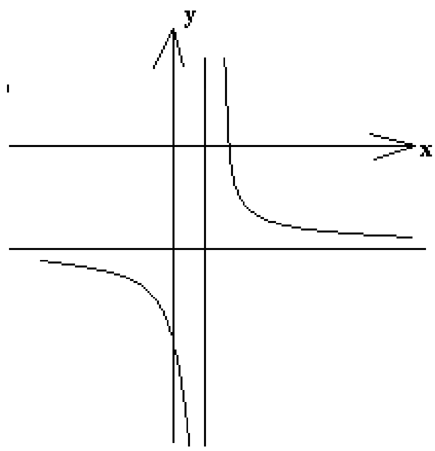
א. הפונקציה "זזה" שני צעדים למעלה ולכן



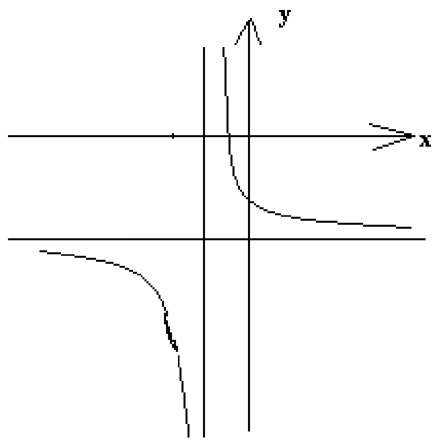
ב. הפונקציה מסעיף א "זזה" שלושה צעדים שמאלה ולכן



ג.   הפונקציה "זזה" צעד אחד ימינה וארבעה צעדים למטה.



ד.   הפונקציה "זזה" צעד אחד שמאלה ושלשה צעדים למטה.



<u>שאלה 2</u>
נתונות הפונקציות הבאות:
א. $f(x)=\cos x$. ב. $f(x)=e^x$. ג. $f(x)=e^x-e^{-x}$. ד. $f(x)=\frac{x+1}{x^2}$.
עבור כל אחד מהפונקציות הנתונות קבע האם הפונקציה זוגית/אי זוגית/לא זוגית ולא אי זוגית
אם הפונקציה לא זוגית ולא אי זוגית רשום אותה כסכום של פונקציה זוגית ואי זוגית.
<u>פתרון</u>
א. $f(x)=\cos x=\cos(-x)=f(-x)$ ולכן הפונקציה זוגית.
ב. $f(x)=e^x,\ f(-x)=e^{-x}$ סה"כ נקבל ש $f(x)\neq f(-x),\ f(x)\neq -f(-x)$ ולכן הפונקציה לא זוגית ולא אי זוגית.
ראינו שכל פונקציה ניתן לרשום כסכום של פונקציה זוגית ואי זוגית באופן הבא:
$$f(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2}+\frac{f(x)-f(-x)}{2}$$
במקרה שלנו $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}+\frac{e^x-e^{-x}}{2}$.
ג. $f(x)=e^x-e^{-x} \Leftarrow f(-x)=e^{-x}-e^{-(-x)} \Leftarrow f(-x)=-\left(e^x-e^{-x}\right) \Leftarrow f(x)=-f(-x)$.
ד. $f(x)=\frac{x+1}{x^2}$ היא לא פונקציה זוגית ולא פונקציה אי זוגית.
$f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}$.

<u>שאלה 3</u>
חשב בעזרת הגדרת הנגזרת את הנגזרת של הפונקציות הבאות:
א. $f(x)=x^2+3$.
ב. $f(x)=x^3$.
ג. $f(x)=\frac{1}{x}$.
ד. $f(x)=\cos x$.

<u>פתרון</u>
א.
מהגדרת הנגזרת נקבל
$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2+3-\left(x^2+3\right)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2hx+h^2+3-x^2-3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2hx+h^2+3-x^2-3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2hx+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}2x+h=2x$$
ב.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x^3+3hx^2+3h^2x+h^3-x^3}{h}$$

$$.=\lim_{h\to 0}\frac{3hx^2+3h^2x+h^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3hx^2+3h^2x+h^3}{h}=\lim_{h\to 0}3x^2+3hx+h^2=3x^2$$

ג.

$$.\ f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{x+h}-\frac{1}{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-h}{hx(x+h)}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{x(x+h)}=\frac{-1}{x^2}$$

ד.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-2\sin\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}(-1)\cdot\sin\left(x+\frac{h}{2}\right)\cdot\frac{\sin\frac{h}{2}}{\cancel{h/2}}=-\sin x$$