תורת הקוונטים 1

__פרופסור ריצ'רד ברקוביץ'__

__הרכב הציון__ : 70% בחינה, 30% תרגילי בית.

__ספרות__ : אין ספר מסוים שמכסה את הכל, אבל כל ספר שמכיל את המילה Introductory quantum mechanics הוא בעיקרו טוב.

- ספר אחד מצוין שיחפוף יחסית הכי הרבה הוא של Merzbacher בשם Quantum Mechanics.
- ספר נוסף (תחת אותו שם) של Schiff הוא נהדר.
- להבדיל, ספרו של Cohen-Tannoudji הוא גם נהדר אך מרחיב מאוד ומאוד יבש – הוא מכיל הכל בצורה מפורטת.
- Park, גם נחמד לקריאה ועיון.
- Landau-Lifshitz בספרם Introduction to Mechanics
  - **חשוב לציין, יש להימנע מספרי Advanced Quantum Mechanics. הם ברמה גבוהה ממה שנלמד כאן.**

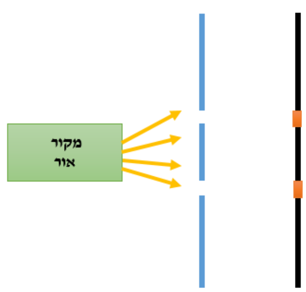
__כעת נתחיל בקורס__ :

למרות שכל אדם ברחוב יחשוב ויגיד שתורת היחסות היא המהפכה הגדולה ביותר במאה ה20, יותר נכון יהיה להגיד שתורת הקוונטים היא המשמעותית ביותר. תורת היחסות התעסקה במושגים שמוכרים לנו מימים ימימה, ואילו תורת הקוונטים עשתה מהפכה בכך שהגיעה ההבנה ש__לא נוכל__ להתקדם או לענות על חלק מהשאלות הבסיסיות ביותר. זה שינוי תפיסה משמעותי ביותר, ולקח שנים לקבל ולהבין את התפיסה הזו. לדוגמה : מאז פלאנק לקח עוד 25 או 26 שנה עד שהבינו את הרעיון שלו של קוונטוט.

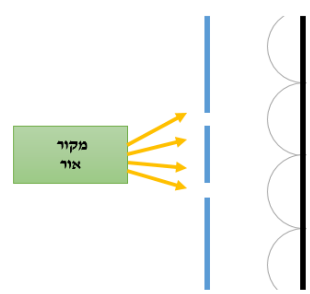
יש לציין, שלרוב שאלות ה*למה* שלנו לא נוכל לענות. לא נוכל להשיב על שאלות אלו ונתעסק באקסיומות בסיסות שיעזרו לנו לפתור בעיות, וגם לא נתעכב גם על ההבנות הפילוסופיות שנובעות מכך. מבחינה פיסיקה קלאסית , לדוגמה, לא ניתן להסביר למה אטומים של נחושת ואטומים של עץ בנויים באותה צורה.

אם נציע את המודל הקלאסי , לא יהיה לנו הסבר ללמה הם דומים. יותר מזה, לא נוכל להסביר למה אלקטרון מסתובב סביב הגרעין. היינו חושבים שהאלקטרון הזה צריך לפלוט קרינה, לאבד אנרגיה, עד שהם יקרסו. המודל הקלאסי לא יכול להסביר את התיאוריות של עצמו, בעצם.

פרופסור ברקוביץ' הרחיב מאוד על בעיות רבות שהמכניקה הקלאסית לא יודעת לענות עליה, אבל התשובה של תורת הקוונטים היא מהסוג שנציג כעת עם הדוגמה הבאה של התאבכות עם שני סדקים :



בתפיסה של אור כחלקיקים היינו מצפים לראות את השרטוט משמאל, ובתפיסה הגלית אנחנו מצפים לתמונה מימין.



המדידות מראות את התמונה מימין.

התשובה של תורת הקוונטים היא שיש לנו משוואת גלים, היא מקסוול, והיא מתארת איך גלים עוברים. ואז, ההבנה של איינשטיין של הדבר הזה היתה שיש לנו משוואה גלים קלאסית נותנת לנו עוצמה בכל מקום ומקום, אבל באינטרפרטציה הקוונטית משוואת הגלים הזאת נותנת לנו __סיכויים__. מה זה אומר סיכויים? זה אומר, בוא נחשוב על המצב שנלך ונחליש את מקור האור כך שנמדוד פוטון פוטון ונראה לאן כל אחד יגיע.

אינהרנטית, אין שום יכולת לאדם לדעת לאן הפוטון הבודד יגיע, זה ממש כמו הטלת קוביות. בסופו של דבר, אם נסכום את התוצאות נקבל את הגרף של ההתאבכות שמדדנו.

אם תשאל איך פוטון הגיע בזווית מסוימת לזווית היציאה שלו אם שום דבר לא פגע בו, לא נוכל לענות לך על כך כי איננו יודעים איך לתאר את מסלולו של פוטון. ניסוי שניתן היה לעשות במאה ה20 היה להחליף את מקור האור במקור קרני אלפא, להשתמש בחומר עם החריצים כעופרת. עכשיו מתחיל החומר ממש :

<u>חלקיקים:</u>

1. מצב החלקיק לא מתואר ע"י $\vec{p}$, $\vec{r}$ בזמן t אלא ע"י פונקציית גל $\Psi(\vec{r},t)$ המכילה את כל האינפורמציה הפיסיקלית על החלקיק.
   - שאלה מתבקשת #1: למה p הופלה לרעה? למה אי אפשר להציג את משוואת הגלים כפונקציה של p,t? אפשר! אין שום עדיפות כרגע, אבל אי אפשר להשתמש בהם במקביל (בp ובr).
   - שאלה מתבקשת #2: איזה אינפורמציה פיסיקלית אפשר לשלוף ואיך?
2. פונקציית הגל היא אמפליטודת ההסתברות למצוא את החלקיק בנקודה $\vec{r}$ בזמן t.
   ברור כי $\int |\Psi(r,t)|^2 d^3r = 1$
   ההסתברות למצוא את החלקיק בזמן t במיקום $\vec{r}$ היא $P(\vec{r},t) = |\Psi(r,t)|^2$.
   - אם משוואת שרדינגר לא ניתנת לנרמול, נעשתה טעות.
3. משוואת שרדינגר היא $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(r,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(r,t) + V(r,t)\cdot\Psi(r,t)$, והיא מתארת את התפתחות פונקציית הגלים.
   - מה היינו צריכים להגיב למשוואה כזו? לזרוק עליו עגבניות! מדובר בדור שהכיר את תורת היחסות, ולגזור פעם אחת לפי t (הזמן) ופעמיים לפי r (המרחב), למרות שתפסנו שזה אותו דבר!
   התשובה היא, שמשוואת שרדינגר <u>איננה נכונה</u>. משוואת דיראק היא המדויקת יותר, ולא נלמד אותה בשלב זה.
   תנאי התחלה: $\Psi(r,t_0)$ (וגם תנאי ההתחלה הם הסתברותיים...)
   תנאי שפה הם בד"כ 1. לפי הבעיה . 2. $\lim_{r\to\infty}|r|^3|\Psi(r,t)|^2 \to 0$.

<u>משוואת רצף:</u>

נאמר כי $\frac{\partial}{\partial t}\int d\vec{r}\ \overbrace{|\psi(r,t)|^2}^{\rho(r,t)-\text{צפיפות ההסתברות}} = 0$ תמיד, גם גלובלית וגם לוקלית, כי אלקטרונים לא נוצרים יש מאין. כמו כן, בתוך יחידת נפח כלשהי השינוי בצפיפות ההסתברות צריך להיות $\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Delta v}\rho dv = -\int_{\Delta s}\rho\bar{v}ds = -\int_{\Delta v}\vec{\nabla}\cdot(\rho\bar{v})dv$.
את המשוואה האינטגרלית אנחנו יכולים לכתוב בצורה דיפרנציאלית: $\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\vec{\nabla}(\rho\cdot\vec{v}) = -\vec{\nabla}\cdot\vec{J}$ והביטוי מימין של השוויון הוא כאשר J הוא צפיפות זרם.

לגבי משטח אינסופי ניתן לומר כי $\int_\Omega\vec{\nabla}\cdot Jdv = \int_s\vec{J}\cdot ds = 0$ וגם $\frac{\partial}{\partial t}\int\rho dv = 0$. כל זה קלאסי לחלוטין.

ידוע לנו כי: $\rho(r,t) = \Psi(r,t)\Psi^*(r,t)$ ועל כן $\frac{\partial}{\partial t}\rho(r,t) = \Psi(\mathrm{r},\mathrm{t})\frac{\partial\Psi^*(r,t)}{dt} + \Psi^*(r,t)\frac{\partial\Psi(\mathrm{r},\mathrm{t})}{dt}$. נעשה טריק קטן, ונשתמש במשוואת שרדינגר כדי להראות שאפשר לחשוב עליה כעל משוואת רצף:

נתחיל במשוואה: $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\cdot\Psi$.

נעשה צמוד למשוואה: $-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi^* = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi^* + V\cdot\Psi^*$. (לV אין צמוד כי הוא גודל פיסיקאלי מדיד)

נכפיל את המשוואה המקורית בΨ^* ואת השנייה בΨ, ואז נחסר בין המשוואות.

נקבל: $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi|^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}[\Psi^*\nabla^2\Psi - \Psi\nabla^2\Psi^*]$

העברת אגפים: $\frac{\partial}{\partial t}|\Psi|^2 = -\frac{\hbar}{2im}\vec{\nabla}\cdot\left[\Psi^*\vec{\nabla}\Psi - \Psi\vec{\nabla}\Psi^*\right]$ ולכן ניתן לכתוב $\frac{\partial}{\partial t}\rho = -\vec{\nabla}\cdot\vec{J}$. כמו כן, גילינו ביטוי שיקל עלינו עבור $J = \frac{\hbar}{2im}\left[\Psi^*\vec{\nabla}\Psi - \Psi\vec{\nabla}\Psi^*\right]$.

בשיעור הבא נראה איך לדלות ערכים נוספים מפונקציית הגל.