תורת גלואה – תרגיל 8

\* מותר להשתמש בטענות 'ידועות' מתורת החבורות.

1. נתון פולינום ספרבילי שדרגתו וחבורת גלואה שלו . יהי שורש של הפולינום, הוכיחו כי אינו מכיל אף תת-שדה אמתי (בינו לבין ).
2. חשבו את ממד שדה הפיצול של מעל . נמקו היטב כל טענה.

הדרכה. בחרו קבוצת יוצרים נוחה וסדרו אותה באופן כזה, שניתן יהיה לבנות מגדל של הרחבות שקל לקבוע את ממד כל מדרגה בו.

1. יהי אלגברי מעל ונניח שקיים אוטומורפיזם של סגור גלואה של המקיים .

הפריכו או הדגימו:

1. ייתכן כי
2. ייתכן כי
3. ייתכן כי
4. נניח כי שדה פיצול של פולינום ספרבילי אי-פריק מעל .
5. הוכיחו כי אם אבלית אז נוצר על ידי כל שורש של . תנו דוגמה כזו מממד 6.
6. נניח כי , ונניח כי אכן נוצר על ידי סיפוח כל שורש של . הוכיחו כי אבלית.
7. יהי פולינום ספרבילי אי-פריק. הוכיחו כי מספר תתי-השדות השונים של הסגור האלגברי המתקבלים מסיפוח שורש של ל- מחלק את .
8. נתבונן בפולינום . יהי שורש של פולינום זה. מצאו כמה שורשים יש לפולינום ב-.