

## תרגיל בית 7 - אינפי 3

19 בדצמבר 2016

### שאלה 1

נתונה פונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

הוכח שכאן אינו מתקיים שוויון של נגזרות מעורבות, כלומר  $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$ . תנו הסבר למה זה קורה.

### שאלה 2

תהי  $f(x, y) = e^x \cos(y)$ . חשבו את הדיפרציאל של  $f$  מסדר 3 בנקודות  $(0, 0)$  ו- $(0, \frac{\pi}{2})$ .

### שאלה 3

חשבו פולינום טיילור של  $f(x, y) = e^{x^2} \cdot \sin(2y)$  בסיס נקודה  $(0, 0)$  מסדר 5.

**הדרכה:**

לא מומלץ לגזור את הפונק' פעמים! השתמשו בטורים ידועים:

$$\sin(y) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{(-1)^n y^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad e^{x^2} = \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{x^{2n}}{n!}$$

טור טיילור של  $f$  הוא  $f(x, y) = \left(1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \dots\right) \cdot \left(y - \frac{y^3}{3!} + \frac{y^5}{5!} - \dots\right)$

תכפילו כמה איברים הראשונים ועבר פולינום טיילור בחרו את אותם איברים עם מעלה

שאינה עולה על 5.

### שאלה 4

תהי  $f(x, y) = e^{x^2 y^3}$

(א) כתבו פולינום טיילור של  $f$  סביב  $(0, 0)$  עד סדר 19.

רמז: כמו מקודם השתמשו בטורים ידועים.

(ב) מהיא  $\frac{\partial f}{\partial x^8 \partial y^{11}}(0, 0)$  ?

**שאלה 5**

מצא טור טיילור סביב הנקודה  $(0, 0)$  של  $f(x, y) = \frac{x}{1+y^2}$ .

רמז: השתמשו בטור הנדסי.

**שאלה 6**

יהיו  $a, b \in \mathbb{R}$ , כתבו מחדש את הפולינום טיילור מסדר של  $3x^3 + xy + y^2$  סביב הנקודה

$(a, b)$ .

**שאלה 7**

כתוב פיתוח טיילור של  $f(x, y)$  סביב הנקודה  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  עד סדר 2.

**שאלה 8**

תהי פונקציה של משתנה 1, גזירה ברציפות  $k$  פעמים בקטע פתוח  $I \in \mathbb{R}$  כך

ש- $0 \in I$ . נגדיר  $f(x, y) = g(x + y)$ . הוכח  $d^k f(0, 0) = g^{(k)}(0) (x + y)^k$ .