

מועד ב' – מד"ר – 88-240 – 23/02/22

זמן המבחן: שלוש שעות. מבחן פתוח: כל חומר עזר מותר. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות.

1. מצאו פתרון למד"ר  $y' = 2x + 2xy^2$  המקיים  $y(0) = 0$ .

2. מצאו פתרון למד"ר  $x^2 e^{xy} y' = x \cdot \sin(2x) - xy e^{xy}$  המקיים  $y(\pi) = 0$ .

3. מצאו פתרון למד"ר  $(1-x)y'' + xy' - y = 0$  המקיים  $y(0) = 1, y'(0) = 2$ .

4. חפץ בעל מסה של  $1kg$  מחובר לקפיץ עם קבוע קפיץ  $k = 1$  על משטח ללא חיכוך,

אורך הקפיץ במצב רפוי הוא מטר אחד.

א. נניח שבזמן  $t = 0$  ממקמים את החפץ כך שהקפיץ יהיה באורך מטר וחצי, ומשחררים את החפץ במצב מנוחה.

מה יהיה אורך הקפיץ בזמן  $t = 2$ ?

ב. נניח שבזמן  $t = 0$  אורך הקפיץ הוא בדיוק מטר אחד, ובזמן  $t = \frac{\pi}{2}$  אורך הקפיץ הוא מטר וחצי. מה הייתה מהירות

החפץ בזמן  $t = 0$  ובאיזה כיוון היא הייתה? (הכיוון בו הקפיץ נמתח, או הכיוון בו הקפיץ מתכווץ).

5. נסמן ב  $D$  את אופרטור הגזירה, וב  $I$  את אופרטור הזהות.

א. עבור  $T = (xD - I)(D - xI)$  מצאו  $y_1, y_2 \in \ker T$  כך ש  $y_1, y_2$  בת"ל.

ב. מצאו פתרון למד"ר  $xy'' - (x^2 + 1)y' = 0$  המקיים  $y(1) = 0, y'(1) = 1$ .