תרגיל 4 – וקטורים

1. מצאו את משוואות המישורים הבאים (בצורה אלגברית $Ax+By+Cz=D$):

א. המישור העובר דרך שלושת הנקודות הנתונות $(1,1,1),(-1,1,-1),(0,2,1)$

ב. המישור המכיל את שני וקטורי הכיוון $\vec{i}+\vec{k},\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ ועובר בנק' $(1,1,1)$

ג. המישור המאונך לוקטור הכיוון $\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ ועובר בנק' $(1,1,1)$

ד. המישור העובר דרך שתי הנקודות $(1,2,0),(0,0,-1)$ ומכיל את וקטור הכיוון $-\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$

ה. המישור המכיל את הישר $x-1=1-y=\frac{z-1}{2}$ ועובר בראשית הצירים

ו. שני המישורים המכילים את וקטורי הכיוון $\vec{i}+\vec{k},-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ ומרחקם מהנק' $(2,1,0)$ הוא $\sqrt{6}$

ז. מישור **כלשהו** שחיתוכו עם המישור $x+y+z=1$ הוא הישר $\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$

2. נזכר כי השלשה (a,b,c) יכולה לייצג נקודה במרחב או וקטור כיוון במרחב.

יהי מישור במרחב, הוכיחו כי התנאים הבאים שקולים:

א. כל נקודה פרט לראשית הצירים, שייכת למישור אם ורק אם היא מייצגת וקטור כיוון של המישור.

ב. המישור עובר בראשית הצירים.

3. (שאלה ממבחן) יהיו $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ שלושה וקטורים במרחב. הסבירו מדוע אפשר לבטא את הוקטור

$(\vec{u}\times\vec{v})\times\vec{w}$ בסגנון $a\vec{u}+b\vec{v}$ עבור מספרים (סקלרים) a,b .

4. תהיינה p_1,p_2,p_3 שלוש נקודות שונות במרחב.

הוכיחו כי הן נמצאות על ישר אחד אם"ם $(p_1-p_2)\times(p_1-p_3)=\vec{0}$

5. מצאו את הישרים הבאים במרחב בצורה פרמטרית:

א. הישר העובר בשתי הנקודות $(1,0,-1),(1,2,3)$

ב. ישר החיתוך בין שני המישורים $x+y+z=1, x-y+2z=0$

ג. הישר המאונך למישור $x+z=0$ ועובר בנק' $(1,1,1)$

ד. הישר המקביל לשני המישורים $x+2y-z=5, x+y-z=3$ ועובר בראשית הצירים

6. מצאו את המרחק בין הישר $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$ למישור $x-y+z=5$

(כלומר המרחק הכי קטן בין נקודה כלשהי מהישר לנקודה כלשהי מהמישור)

7. מצאו את הזווית בין הישר $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 1+t \end{cases}$ למישור $x+y+z=1$.

(הזווית בין הישר למישור מוגדרת להיות הזווית בין הישר לישר ההיטל שלו על המישור).