

אנליזה 1 למורים - תרגיל 4

דרכים לחישובי גבולות שניתן להשתמש בהם שראינו:

1. משפט הסנדויץ'
2. אפיסה כפול חסומה שווה אפיסה
3. הכפלה בצמוד
4. בהינתן סדרה מתכנסת $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ עבור אזי עבור $b > 1$ מתקיים $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^b = L^b$
5. עבור $a > 0$ מתקיים: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$

חשבו את הגבולות של הסדרת הבאות:

$$a_n = \left(\frac{6n^3 - 5n + 7}{3n^3 + n^2 + 1} \right)^4 \quad .1$$

$$a_n = \sqrt{n} \cdot (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}) \quad .2$$

$$a_n = \frac{(2n)! + (2n-1)!}{(2n)! + (2n+1)!} \quad .3$$

$$a_n = \sqrt[n]{3^n + 2^n} \quad .4$$

רמז: תשתמשו במשפט הסנדויץ' (עשינו משהו מאוד דומה בתרגול)

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{2n^2 + 1}{n^2}} \quad .5$$

רמז: תשתמשו במשפט הסנדויץ' (עשינו משהו מאוד דומה בתרגול)

$$a_n = \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} \right) \quad .6$$

רמז: תשתמשו בשיטת הסנדויץ' ותמצאו את שתי הסדרות האחרות ע"י הגדלה והקטנת כל מכנה.

$$a_n = \frac{2n + \sin(n)}{n + \cos(2n)} \quad .7 \text{ (תרגיל קצת קשה)}$$

$$a_n = \frac{2^n}{n!} \quad .8$$

$$\frac{2^n}{n!} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdots \frac{2}{n} \leq \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdots \frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{2^{n-2}}{3^{n-2}} = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2} \quad \text{רמז:}$$

תשתמשו בשיטת הסנדויץ'.

$$a_n = \frac{2^n \cdot \cos(n)}{(2n)!} \quad .9$$

רמז: תשתמשו במה קיבלתם בסעיף הקודם ובמשפט הסנדויץ'.

$$a_n = \frac{\sin(n^2 + 1)}{n^2} \quad .10$$