

תרגיל 5 – חשבון אינפיניטסימלי 2 למדעי המחשב

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}} \quad (\text{א})$$

$$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}} \quad (\text{ב})$$

$$a > 0 \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} \quad (\text{ג})$$

$$\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3} \quad (\text{ד})$$

2. חשבו את אורך הקשת של העקומות הבאות:

$$y = \ln x \quad \text{מ-} x = \sqrt{3} \quad \text{ל-} x = 2\sqrt{2} \quad (\text{א})$$

$$y = \sqrt{4-x^2} \quad \text{מ-} x = -1 \quad \text{ל-} x = \sqrt{3} \quad (\text{ב})$$

3. חשבו את השטח החסום ע"י גרף הפונקציה $y = \cos(2x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, וע"י שני המשיקים לגרף זה בנקודות החיתוך שלו עם הצירים.

4. הוכיחו כי אורך העקום של גרף הפונקציה $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ מ- $x = a$ ל- $x = b$, שווה לשטח הכלוא בין העקום, ציר ה- x והישרים $x = a$ ו- $x = b$.

$$5. \text{ הפונקציה } f \text{ רציפה בקטע } [0, 4] \text{ ומקיימת } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx = 2$$

$$(\text{א}) \text{ הוכיחו שקיימת } x_0 \in [0, 4] \text{ שבה } f(x_0) = 0$$

$$(\text{ב}) \text{ נתון גם כי } \int_0^4 f(x) dx = 12, \text{ הוכיחו שקיימת } x_1 \in [0, 4] \text{ שבה } f(x_1) = 4$$