

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות / פתרון לתרגיל 2

תשובה 1

- א. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, הוּא $P(A)$ כפול $P(B)$, כי המאורעות בלתי תלויים. כלומר: $80\% + 60\% - 48\% = 92\%$.
- ב. $80\% + 60\% - 2 \cdot 48\% = 44\%$.
- ג. $100\% - 92\% = 8\%$.
- ד. $60\% \cdot 20\% = 12\%$.

תשובה 2

נ"י דיאגרמה קל לראות. ברור שמה שמחפשים זה האיחוד בלי החיתוך.
 $P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B)$ כמבוקש.

תשובה 3

מרחב המדגם (הלא סימטרי) הוא וקטורים באורכים שונים בהם כל איבר חוץ מהאחרון הוא ספרה בין 1 ל-5, והספרה האחרונה היא תמיד 6.

$$\bigcup E_n = \Omega \text{ וכמובן } \# E_n = 5^{n-1} \text{ ולכן משלימו הוא הקבוצה הריקה.}$$

תשובה 4

$$\begin{aligned} P(A) &= 0.1 & P(B) &= 0.3 & P(C) &= 0.05 \\ P(A \cap B) &= 0.08 & P(A \cap C) &= 0.02 & P(B \cap C) &= 0.04 \\ P(A \cap B \cap C) &= 0.01 \end{aligned}$$

בעזרת דיאגרמת ואן קל לחשב:

$$\begin{aligned} &P(A \cup B \cup C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + 2P(A \cap B \cap C) && \text{א.} \\ &= P(A) + P(B) + P(C) - 2P(A \cap B) - 2P(A \cap C) - 2P(B \cap C) + 3P(A \cap B \cap C) \\ &= 0.1 + 0.3 + 0.05 - 2 \cdot (0.08 + 0.02 + 0.04) + 3 \cdot 0.01 = 0.2 \\ &0.2 \cdot 100,000 = 20,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 2P(A \cap B \cap C) && \text{ב.} \\ &= 0.08 + 0.02 + 0.04 - 2 \cdot 0.01 = 0.12 \\ &0.12 \cdot 100,000 = 12,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C) && \text{ג.} \\ &= 0.08 + 0.04 - 0.01 = 0.11 \\ &0.11 \cdot 100,000 = 11,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &P(A \cap B) + P(A \cap C) - 2 \cdot P(A \cap B \cap C) && \text{ד.} \\ &= 0.08 + 0.04 - 2 \cdot 0.01 = 0.1 \\ &0.1 \cdot 100,000 = 10,000 \end{aligned}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P((A \cup B) \cup C) = P(A \cup B) + P(C) - P((A \cup B) \cap C) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C) - P((A \cap C) \cup (B \cap C)) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C \cup D) &= P((A \cup B \cup C) \cup D) = P(A \cup B \cup C) + P(D) - P((A \cup B \cup C) \cap D) \\ &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) + P(D) \\ &\quad - P((A \cap D) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D)) \\ &= P(A) + P(B) + P(C) + P(D) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \\ &\quad - [P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) - P(A \cap B \cap D) - P(A \cap C \cap D) - P(B \cap C \cap D) \\ &\quad + P(A \cap B \cap C \cap D)] \\ &= P(A) + P(B) + P(C) + P(D) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap D) - P(B \cap D) \\ &\quad - P(C \cap D) + P(A \cap B \cap C) + P(A \cap B \cap D) + P(A \cap C \cap D) + P(B \cap C \cap D) \\ &\quad - P(A \cap B \cap C \cap D) \end{aligned}$$