

תרגיל בית 2, גאומטריה אוקלידית ואנליטית, מתרגלת: זהבית צבי

הערה: בכל התרגיל הנוכחי המכפלה הפנימית היא המכפלה הפנימית הסטנדרטית.

שאלה 1: תהי S הקבוצה המורכבת מהוקטורים הבאים ב- \mathbb{R}^3 :

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

א. הראו כי S היא בסיס אורתוגונלי ל- \mathbb{R}^3 , כלומר קבוצה אורתוגונלית שהיא גם בסיס ל- \mathbb{R}^3 .

ב. השתמשו בתוצאה של סעיף א' בכדי לקבל בסיס אורתונורמלי ל- \mathbb{R}^3 .

שאלה 2: מצאו בסיס אורתונורמלי לתת-מרחב V של \mathbb{R}^4 הנפרש ע"י הווקטורים:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

הניחו כי הווקטורים הנתונים הם בת"ל.

שאלה 3: יהיו

$$u_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}, u_4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

הראו כי (u_1, u_2, u_3, u_4) זה בסיס אורתונורמלי של \mathbb{R}^4 (מבלי להוכיח בת"ל ופורשת).

שאלה 4: חשב את הדטרמיננטה באמצעות שיטת הדירוג

א. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ תשובה סופית: -13

ב. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ תשובה סופית: -56