

שאלה 1 מצאו את כל צורות ג'ורדן האפשריות עבור המטריצות  $A$  שהפולינום האופייני שלהן והפולינום המינימאלי  $m_A$  שלהן הם:

א.  $f_A(x) = (x-2)^2(x-3)^2$      $m_A(x) = (x-2)^2(x-3)^2$

ב.  $f_A(x) = (x-7)^5$      $m_A(x) = (x-7)^2$

ג.  $f_A(x) = (x-2)^7$      $m_A(x) = (x-2)^3$

ד.  $f_A(x) = (x-3)^4(x-5)^4$      $m_A(x) = (x-3)^2(x-5)^2$

שאלה 2 תהי  $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ . הראו כי צורת ג'ורדן של  $A$  נקבעת באופן יחיד ע"י הפולינום האופייני והפולינום המינימאלי של  $A$ .

(הדרכה: בדקו את כל האפשרויות עבור הפולינום האופייני של  $A$ . יש סה"כ 3

אפשרויות:  $f_A(x) = (x-\lambda_1)^2(x-\lambda_2)$ ,  $f_A(x) = (x-\lambda)^3$ ,  $f_A(x) = (x-\lambda_1)(x-\lambda_2)(x-\lambda_3)$ . עבור כל אחת מהאפשרויות האלו מצאו את הפולינומים המינימאליים האפשריים ומכך הסיקו את צורת ג'ורדן).

שאלה 3 תנו דוגמא לכך שצורת ג'ורדן של מטריצה  $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  לא בהכרח נקבעת באופן יחיד ע"י הפולינום האופייני והפולינום המינימאלי של  $A$ .

שאלה 4 תהי  $J = J_{14}(\lambda)$  מטריצת ג'ורדן  $14 \times 14$  המתאימה לע"ע  $\lambda$ . נתון כי:

$$\text{rank}(J - \lambda I) = 7, \quad \text{rank}(J - \lambda I)^2 = 2, \quad \text{rank}(J - \lambda I)^3 = 0$$

מצאו כמה בלוקי ג'ורדן מכל סדר יש ב- $J$ .

שאלה 5: ידוע שלמט' לכסינה פ"א מ"ל, כמו כן ידוע שמט' עם פ"א מ"ל היא דומה למשולשית (באלגוריתם שילוש שניסחנו) ולצורת ג'ורדן.

אם כן, מה הקשר בין המטריצה האלכסונית  $D$ , המשולשית  $T$ , וצורת ג'ורדן  $J$  אליהן דומה מטריצה לכסינה? בפרט, מי הם בלוקי הג'ורדן ב- $J$  של מטריצה לכסינה?