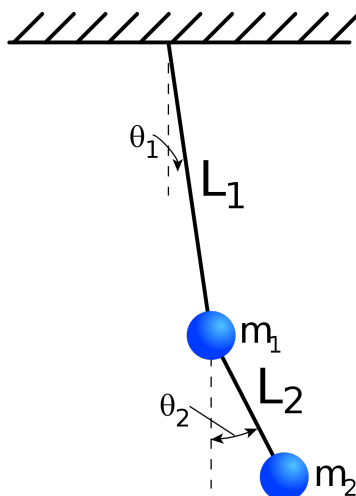


פיסיקה למתמטיקאים 88-320 מבחן מועד א' סמסטר ב' תש"ע

משך המבחן: שתיים וחצי. כל חומר עזר מותר בשימוש (כולל מחשבון).
 ענו על 3 מ-4 השאלות הבאות. ניתן גם (לא חובה) לענות על שאלת הבונוס (שאלה 5). סמנו
 בבירור על איזו שאלה אתם עונים והקיפו תשובות סופיות.

1. מטוטלת כפולה: מסה m_1 מחוברת לציר ע"י מוט קשיח וחסר מסה באורך L_1 . מסה
 שניה m_2 מחוברת אליה במוט חסר מסה באורך L_2 . המסות חפשיות לנוע במישור xy .
 ראו תמונה. הפוטנציאל הגרביטציוני הוא $U = mgy$.



(א) כתבו את מיקום המסות (\vec{r}_1, \vec{r}_2) כתלות ב θ_1 ו θ_2 . הניחו כי הציר נמצא בנקודה
 $(0, 0)$.

(ב) מצאו את הלגרנזיאן.

(ג) כתבו את משוואות התנועה.

(ד) פתרו את המשוואות בקירוב הליניארי $\theta_{1,2} \approx \sin \theta_{1,2}$, ומצאו את התדירויות
 הנורמליות.

2. הלגרנזיאן של גוף בעל מסה m עם פוטנציאל $U(r) = -GMm/r$ נתון ע"י $L =$
 $\frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - U(r)$

(א) מצאו את ההמילטוניאן של הבעיה

- (ב) רשמו את משוואות התנועה של המילטון
 (ג) רשמו את הלגרנג'יאן בקואורדינטות קרטזיות והראו כי הוא סימטרי תחת טרנספורמצית סיבוב $x \rightarrow x + \epsilon y, y \rightarrow y - \epsilon x$
 (ד) מצאו שמורה של טרנספורמצית הסיבוב. מהי שמורה זו?
 3. פונקצית הגל של חלקיק קוונטי בבור פוטנציאל אינסופי בזמן $t = 0$ היא:

$$\psi(x) = cx(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

- (א) מהו קבוע הנרמול c ?
 (ב) מהי ההסתברות למצוא את החלקיק בחצי השמאלי של הבור ($0 \leq x \leq \frac{1}{2}$)?
 (ג) מהי ההסתברות למצוא את החלקיק במצב העצמי k ($\phi_k = \sin k\pi x$)? עבור אילו ערכי k ההסתברות היא 0?
 (ד) מצאו ביטוי לפונקצית הגל כתלות בזמן, $\psi(x, t)$ (ניתן להשאיר בצורת סכום).

4. חלקיק נמצא במצב $(|l=1, m=0\rangle + 2|l=2, m=2\rangle)$ ב $\frac{1}{\sqrt{5}}$

- (א) מהן ההסתברויות שנקבל את הערכים 2,4,6 במדידת התנע הזוויתי הכולל L^2 ?
 (ב) מהם הערכים האפשריים וההסתברויות המתאימות במדידת $L_x^2 + L_y^2$?
 רמז: $L_x^2 + L_y^2 = L^2 - L_z^2$
 (ג) מהו ערך התצפית של L_z (כלומר, $\langle L_z \rangle$)?

5. (בונוס - לא חובה) בזמן $T = 0$ חללית מתחילה להתרחק מכדור"א במהירות $\beta = 0.8$ ממהירות האור. בזמן $T = 2$ נשלח לעברה שדר הנע במהירות האור. מה יורה שרון החללית כאשר ייתקבל בה השדר?

נוסחאות שימושיות

$$\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a}$$

$$\int x^2 \sin ax dx = \frac{2x}{a^2} \sin ax + \left(\frac{2}{a^3} - \frac{x^2}{a} \right) \cos ax$$

בהצלחה