

תרגיל 9 - התפלגות משותפת

1. בכד נמצאים 4 כדורים, שניים מסומנים בספרה 1, אחד בספרה 2 והאחרון בספרה 3. מוצאים 2 כדורים מן הכד. יהי X המספר הרשום על הראשון שהוצא, ו- Y המספר הרשום על השני. מצא את $E[X], E[Y], E[X+Y], \text{Var}(X), \text{Var}(Y), \text{Var}(X+Y)$ כאשר ההוצאה נעשית (א) עם החזרה ו-(ב) בלי החזרה.
2. ההתפלגות המשותפת של הזוג (X, Y) ניתנת על ידי הטבלה

$Y \setminus X$	0	1
0	a	b
1	c	d



- כאשר a, b, c, d קבועים עם $a+b+c+d=1$
- א. הוכח ש- X ו- Y בלתי תלויים אם ורק אם $ad-bc=0$
- ב. חשב את $E[XY]$
- ג. הוכח ש- X ו- Y בלתי תלויים אם ורק אם $E[XY]=E[X]E[Y]$
3. בכד נמצאים 3 כדורים שחורים ו-2 לבנים. מוציאים כדורים מן הכד בלי החזרה עד שיוצאים 2 שחורים זה אחר זה או עד שנגמרו הכדורים. יהי B מספר הכדורים השחורים שהוצאו ו- W מספר הכדורים הלבנים. מצא את ההתפלגות המשותפת של הזוג (B, W) , ואת התוחלת של $B+W$, המספר הכולל של כדורים שהוצאו.
4. חשב את ההתפלגות של סכום התוצאות בשלוש הטלות של קובייה תקינה. להתפלגות זו, חשב את התוחלת ואת השונות
- א. ישיר, על ידי שימוש בהתפלגות.
- ב. על ידי שימוש בכללים לתוחלת ושונות של סכום של משתנים מקריים.
5. גבר ואישה מחליטים להיפגש במקום מסוים, בין השעות 12:00 ל-13:00. כל אחד מהם מגיע למקום שנקבע באופן בלתי בתלוי באחר, ברגע שהתפלגותו אחידה בפרק הזמן דלעיל. מצא את ההסתברות שהמגיע ראשון חייב להמתין למעלה מ-10 דקות.

הדרכה:

נסמן ב- X וב- Y בהתאמה, את הזמנים (בדקות) לאחר השעה 12:00 שבהם הגבר והאישה מגיעים לפגישה.

לכן, ההסתברות המבוקשת היא - $P(X + 10 < Y) + P(Y + 10 < X)$