תורת הקבוצות תרגיל בית 2

21 באוקטובר 2018

1. תהי A קבוצה שכל איבריה קבוצות. נסמן ב$\bigcup A$ את איחוד כל הקבוצות שבA. $\bigcup A = \{x | \exists B \in A : x \in B\}$. הוכיחו: A $\in$–טרנזיטיבית אמ"ם $\bigcup A \subseteq A$.
2. יהיו $\{A_i\}_{i\in I}$ קבוצות $\in$–טרנזיטיביות. הוכיחו: $\bigcap_{i\in I} A_i$ ו$\bigcup_{i\in I} A_i$ הן קבוצות $\in$–טרנזיטיביות.
3. תהי A קבוצה. נסמן: $A_0 = A$, $A_n = A_{n-1} \cup (\cup A_{n-1})$, $tc(A) = \cup_{n\in\mathbb{N}} A_n$.
   הוכיחו: $tc(A)$ היא הקבוצה ה$\in$־ טרנזיטיבית המינימלית שמכילה את A.
4. תנו דוגמא לקבוצה $\in$־ טרנזיטיבית שאינה סודר.
5. תהי $(A, <)$ קבוצה סדורה. נסמן ב$(A, <^{-1})$ את הסדר ההפוך על A. כלומר, $a <^{-1} b \iff b < a$.
   תנו דוגמא לקבוצה סדורה קווית $(A, <)$ כך שהאיזומורפיזם סדר היחיד ממנה לעצמה הוא הזהות, אבל $(A, <)$ וכן $(A, <^{-1})$ לא סדורים היטב.
6. תהי A קבוצה סדורה קווית. הוכיחו שA סדורה היטב אמ"ם כל רישא אמיתית של A סדורה היטב.