פתרון תרגיל ידני 4

שאלה 1

נתון: $U = span\{(1,2,-1,0,2),(1,-2,0,0,1),(1,1,0,1,0)\}$ תת מרחב של $\Re^5$ עם מכפלה פנימית

$.<x,y>=x^t y=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$

מצא בסיס אורתוגונלי ל-U.

פתרון

נסמן: $v_1=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix}, v_2=\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\0\\1\end{pmatrix}, v_3=\begin{pmatrix}1\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix}$

נסמן: $w_1=v_1$.

$$w_2=v_2-\frac{\langle v_2,w_1\rangle}{\|w_1\|^2}w_1=\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\0\\1\end{pmatrix}-\frac{\left\langle\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix}\right\rangle}{\left\langle\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix}\right\rangle}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\0\\1\end{pmatrix}+\frac{1}{10}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1.1\\-1.8\\-0.1\\0\\1.2\end{pmatrix}$$

$$w_3 = v_3 - \frac{\langle v_3, w_1\rangle}{\|w_1\|^2} w_1 - \frac{\langle v_3, w_2\rangle}{\|w_2\|^2} w_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} - \frac{\left\langle \begin{pmatrix}1\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix} \right\rangle}{\left\langle \begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix} \right\rangle} \begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix} - \frac{\left\langle \begin{pmatrix}1\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1.1\\-1.8\\-0.1\\0\\1.2\end{pmatrix} \right\rangle}{\left\langle \begin{pmatrix}1.1\\-1.8\\-0.1\\0\\1.2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1.1\\-1.8\\-0.1\\0\\1.2\end{pmatrix} \right\rangle} \begin{pmatrix}1.1\\-1.8\\-0.1\\0\\1.2\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} - \frac{3}{10}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix} - \frac{-0.7}{5.9}\begin{pmatrix}1.1\\-1.8\\-0.1\\0\\1.2\end{pmatrix} = \frac{1}{59}\begin{pmatrix}49\\11\\17\\59\\-27\end{pmatrix}$$

ולכן קיבלנו בסיס אורתוגנלי ל-U :

$$\left\{ \begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1.1\\-1.8\\-0.1\\0\\1.2\end{pmatrix}, \frac{1}{59}\begin{pmatrix}49\\11\\17\\59\\-27\end{pmatrix} \right\}$$

שאלה 2

יהי $V = R^4$. עבור תת המרחב $U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ -y \\ y \\ 2x \end{pmatrix} \middle| x, y \in R \right\}$ של V. מצאו בסיס ומימד של המשלים האורתוגונאלי $U^{\perp}$ ביחס למכפלה הפנימית הסטנדרטית ב- $V = R^4$.

פתרון

נייצג את U בצורה הבאה: $U = span\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. כדי למצוא את המרחב הניצב, בעצם מחפשים וקטור המקיים:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in U^{\perp} \Leftrightarrow \left\langle \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle = 0 \wedge \left\langle \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2w = 0 \\ -y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2w \\ y = z \end{cases}$$

ולכן בעצם המרחב הניצב:

$$U^{\perp} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} : x = -2w \wedge y = z \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} -2w \\ y \\ y \\ w \end{pmatrix} : y, w \in R \right\} = span\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

שאלה 3

תהי $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. חשב את ההופכית של A בעזרת המטריצה המצורפת של A.

פתרון

נמצא את המטריצה ההופכית של A בעזרת המטריצה המצורפת ע"י שימוש במשפט : $A^{-1}=\frac{adj(A)}{|A|}$

ראשית- $|A|=\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=3\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}+1\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}=18-6=12$. ולכן : $\left|A^{-1}\right|=\frac{1}{12}$

נמצא את כל המינורים :

$$A_{11}=\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}=2+4=6, A_{12}=\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=-4, A_{13}=\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=-2$$

$$A_{21}=\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix},=-1+1=0 A_{22}=\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=3-1=2, A_{23}=\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=-3+1=-2$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}=-4-2=-6, A_{32}=\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}=12. A_{33}=\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}=6$$

ולכן המטריצה המצורפת של A היא :

$$adj(A)=\begin{pmatrix} 6 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & -12 \\ -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

ולכן ההופכית של A : $A^{-1}=\frac{adj(A)}{|A|}=\frac{1}{12}\begin{pmatrix} 6 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & -12 \\ -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

שאלה 4

יהי n שלם גדול מ-1. ונגדיר מטריצה A_{nxn} באופן הבא : $a_{i,j}=\begin{cases}0 & i=j\\ 2i & i\neq j\end{cases}$. חשב את הדטרמיננטה של A.

פתרון

המטריצה נראית כך : $a_{ij}=\begin{cases}0 & i=j\\ 2i & i\neq j\end{cases}$, כלומר - $\begin{pmatrix}0 & 2 & \cdots & 2 & 2\\ 4 & 0 & \cdots & 4 & 4\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 2(n-1) & 2(n-1) & \cdots & 0 & 2(n-1)\\ 2n & 2n & \cdots & 2n & 0\end{pmatrix}$.

נחשב את הדטרמיננטה שלה :

$$\begin{vmatrix}0 & 2 & \cdots & 2 & 2\\ 4 & 0 & \cdots & 4 & 4\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 2(n-1) & 2(n-1) & \cdots & 0 & 2(n-1)\\ 2n & 2n & \cdots & 2n & 0\end{vmatrix}=2^n\begin{vmatrix}0 & 1 & \cdots & 1 & 1\\ 2 & 0 & \cdots & 2 & 2\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ n-1 & n-1 & \cdots & 0 & n-1\\ n & n & \cdots & n & 0\end{vmatrix}$$

$\downarrow$

"הוצאת גורם" 2 מכל שורה

$$=2^n\begin{vmatrix}0 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n\\ 1 & 0 & 3 & \cdots & n-1 & n\\ 1 & 2 & 0 & \cdots & n-1 & n\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 0 & n\\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & 0\end{vmatrix}$$

(התקבל ע"י פעולת טרנספוז, שאינה משנה את ערך הדטרמיננט. נחבר את השורה הראשונה לכל שורה אחרת :

$$=2^n\begin{vmatrix}0 & 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n\\ 1 & 2 & 6 & 8 & \cdots & 2(n-1) & 2n\\ 1 & 4 & 3 & 8 & \cdots & 2(n-1) & 2n\\ 1 & 4 & 6 & 4 & \cdots & 2(n-1) & 2n\\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots\\ 1 & 4 & 6 & 8 & \cdots & 2(n-1) & 2n\\ 1 & 4 & 6 & 8 & \cdots & 2(n-1) & n\end{vmatrix}$$

נחסיר את השורה האחרונה מכל אחת מהשורות :

$$= 2^n \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 & \cdots & -(n-1) & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & -3 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & 0 & -4 & \cdots & 0 & n \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -(n-1) & n \\ 1 & 4 & 6 & 8 & \cdots & 2(n-1) & n \end{vmatrix}$$

, נחבר לשורה האחרונה את השורה הראשונה-

$$= 2^n \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 & \cdots & -(n-1) & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & -3 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & 0 & -4 & \cdots & 0 & n \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -(n-1) & n \\ 0 & 2 & 3 & 4 & \cdots & (n-1) & n \end{vmatrix}$$

, נחבר כל אחת מהשורות $2,3,\dots,n-1$ אל השורה האחרונה ונקבל -

$$= 2^n \begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 & \cdots & -(n-1) & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & -3 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & 0 & -4 & \cdots & 0 & n \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -(n-1) & n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n+(n-2)n \end{vmatrix}$$

(האיבר a_{nn} התקבל מהוספת $n-2$ פעמים n ל- n שהיה שם מלכתחילה.)

$$= 2^n \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 & \cdots & -(n-1) & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & -3 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & 0 & -4 & \cdots & 0 & n \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -(n-1) & n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n^2-n \end{vmatrix}$$

המטריצה אלכסונית, ועל כן הדטרמיננט

יתקבל מהכפלת האיברים על האלכסון הראשי : $(-1)^{n-1} \cdot 2^n \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot (n^2-n) =$

כלומר- $= (-1)^{n-1} \cdot 2^n \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \cdot (n-1) = (-1)^{n-1} \cdot 2^n \cdot n! (n-1)$

סה"כ : $(-1)^{n-1} \cdot 2^n \cdot n! (n-1)$.

שאלה 5

נתון: $|B|=-2,|A|=5$

חשבו את: $\left|(AB)^{-1}\right|,\left|A^{-1}\cdot B^{2}\right|,\left|A^{3}\cdot B^{T}\right|,\left|B^{-1}\right|$

פתרון

נתון $|B|=-2$, $|A|=5$. נחשב את $\left|B^{-1}\right|$, $\left|A^{3}\cdot B^{T}\right|$, $\left|A^{-1}\cdot B^{2}\right|$, $\left|(AB)^{-1}\right|$.

מאחר שהדטרמיננטות של A ושל B שונות מ- 0 , A ו- B הפיכות.

$$\left|B^{-1}\right|=|B|^{-1}=-\tfrac{1}{2}$$

$$\left|A^{3}\cdot B^{T}\right|=\left|A^{3}\right|\cdot\left|B^{T}\right|=|A|^{3}\cdot|B|=125\cdot(-2)=-250$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$|A\cdot B|=|A|\cdot|B| \qquad \left|B^{t}\right|=|B|$$

$$|A\cdot B|=|A|\cdot|B|$$

$$\left|A^{-1}\cdot B^{2}\right|=\left|A^{-1}\right|\cdot\left|B^{2}\right|=|A|^{-1}\cdot|B|^{2}=\tfrac{1}{5}\cdot 4=\tfrac{4}{5}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$|A\cdot B|=|A|\cdot|B| \qquad \left|A^{-1}\right|=|A|^{-1}=\tfrac{1}{5}$$

$$|A\cdot B|=|A|\cdot|B|$$

$$\left|(AB)^{-1}\right|=\left|B^{-1}\cdot A^{-1}\right|=\left|B^{-1}\right|\cdot\left|A^{-1}\right|=|B|^{-1}\cdot|A|^{-1}=-\tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{5}=-\tfrac{1}{10}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1} \quad |A\cdot B|=|A|\cdot|B| \quad \left|M^{-1}\right|=|M|^{-1}$$

שאלה 6

נתונה המטריצה: $A=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&0&2\\0&2&3\end{pmatrix}$

א. מצא את כל הע"ע והו"ע של A.

ב. קבע את הריבוי האלגברי והריבוי הגאומטרי של כל ערך עצמי

ג. האם A ניתנת ללכסון? אם כן מצא מטריצה הפיכה P כך ש $P^{-1}AP$ אלכסונית.

פתרון

א. נמצא את הפולינום האופייני של A:

$$P_A(\lambda)=|\lambda I-A|=\left|\begin{pmatrix}\lambda+1&0&0\\0&\lambda&-2\\0&-2&\lambda-3\end{pmatrix}\right|=(\lambda+1)\left|\begin{pmatrix}\lambda&-2\\-2&\lambda-3\end{pmatrix}\right|=(\lambda+1)\left[\lambda(\lambda-3)-4\right]=$$

$$=(\lambda+1)(\lambda^2-3\lambda-4)=(\lambda+1)(\lambda-4)(\lambda+1)=(\lambda+1)^2(\lambda-4)$$

נמצא את הע"ע של A:

$$(\lambda+1)^2(\lambda-4)=0$$

ולכן הע"ע הם: $\lambda_1=4,\lambda_2=-1$

נמצא את הוקטורים העצמיים:

$\lambda_1=4$:

$$Av-4v=0\Rightarrow(A-4I)v=0$$

$$N(A-4I):A-4I=\begin{pmatrix}-5&0&0\\0&-4&2\\0&2&-1\end{pmatrix}\xrightarrow{R_2+2R_3\to R_2}\begin{pmatrix}-5&0&0\\0&0&0\\0&2&-1\end{pmatrix}$$

$$N(A-2I)=\left\{\begin{pmatrix}0\\0.5t\\t\end{pmatrix}:t\in R\right\}$$

ולכן: $V_{\lambda_1}=span\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$

$\lambda_2=-1$:

$$Av+v=0\Rightarrow(A+I)v=0$$

$$N(A+I):A+I=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&2\\0&2&4\end{pmatrix}\xrightarrow{R_3-2R_2\to R_3}\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&2&4\end{pmatrix}$$

$$N(A+I)=\left\{\begin{pmatrix}s\\-2t\\t\end{pmatrix}:t\in R\right\}$$

ולכן : $V_{\lambda_2} = span\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\-2\\1\end{pmatrix}\right\}$

ב. עבור $\lambda_1 = 4$ נקבל ריבוי אלגברי=ריבוי גאומטרי=1

עבור $\lambda_2 = -1$ נקבל ריבוי אלגברי=ריבוי גאומטרי=2.

ג. לפי משפט, A לכסינה כי הפולימום האופייני מתפרק לגורמים לינאריים ולכל ע"ע מתקיים שהריבוי האלגברי שווה לריבוי הגאומטרי.
לפי משפט, עמודות המטריצה P יהיו הוקטורים העצמיים.

$$P = \begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & -2\\2 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

נבדוק שאכן מתקיים : $P^{-1}AP$

$$P^{-1} = \begin{pmatrix}0 & 0.5 & 0.25\\1 & 0 & 0\\0 & -0.5 & 0.25\end{pmatrix}$$

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix}0 & 0.2 & 0.4\\1 & 0 & 0\\0 & -0.4 & 0.2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\0 & 0 & 2\\0 & 2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & -2\\2 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 0.8 & 1.6\\-1 & 0 & 0\\0 & 0.4 & -0.2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & -2\\2 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4 & 0 & 0\\0 & -1 & 0\\0 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

קיבלנו את הנדרש.

שאלה 7

A היא מטריצה מסדר 2X2 בעלת ערכים עצמיים $\lambda_1 = 2$ ו- $\lambda_2 = 5$ והוקטורים העצמיים:

$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. כך שמתקיים: $Av_1 = \lambda_1 v_1$ וגם: $Av_2 = \lambda_2 v_2$

חשב את A^{-1}.

פתרון

A לכסינה בגלל שהיא מסדר גודל 2X2 ויש לה 2 ו״ע בת״ל.

ולכן נקבל כי המטריצה P המתאימה לה היא: $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

ומתקיים: $P^{-1}AP = D$

כלומר: $A = PDP^{-1}$

ולכן: $A^{-1} = PD^{-1}P^{-1}$

$$P^{-1} = \frac{1}{|P|}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow D^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

ולכן נקבל:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 1 & -0.2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

שאלה 8

נתונה המטריצה: $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\0&0&-2\end{pmatrix}$

א. חשבו את הפולינום האופייני

ב. חשבו את A^{-1} בעזרת משפט קיילי המילטון.

פתרון

א. נחשב את הפולינום האופייני:

$$P_A(\lambda)=|\lambda I-P|=\begin{vmatrix}\lambda-1&-1&-1\\0&\lambda-1&-2\\0&0&\lambda+2\end{vmatrix}=(\lambda-1)^2(\lambda-2)$$

ב. לפי משפט קיילי המילטון מתקיים: $P_A(A)=0$

ולכן נקבל:

$$(A-I)^2(A+2I)=(A^2-2A+I)(A+2I)=A^3-3A+2I=0$$

$$A^3-3A=-2I$$

$$A(A^2-3I)=-2I$$

$$A\frac{-1}{2}(A^2-3I)=I$$

ולכן נקבל: $A^{-1}=-\frac{1}{2}A^2+\frac{3}{2}I$.

נחשב:

$$A^{-1}=-\frac{1}{2}A^2+\frac{3}{2}I=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\0&0&-2\end{pmatrix}^2+\begin{pmatrix}1.5&0&0\\0&1.5&0\\0&0&1.5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0.5&-1&-0.5\\0&-0.5&1\\0&0&-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1.5&0&0\\0&1.5&0\\0&0&1.5\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1&-1&-0.5\\0&1&1\\0&0&-0.5\end{pmatrix}$$