

## תרגיל לעבודה עצמית 10

### שאלה 1

הוכח ש  $\lambda = 1$  הוא ערך עצמי של המטריצה  $A = \begin{pmatrix} 1.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

### שאלה 2

תהיי  $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$  מצא:

- א. הפולינום האופייני וערכים עצמיים של  $B$ .  
ב. מצא את הווקטורים העצמיים.

### שאלה 3

א. מצא את הערכים העצמיים והווקטורים העצמיים של המטריצה  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ .

- ב. הראה  $A$  ניתנת ללכסון ומצא מטריצה  $P$  כך ש  $P^{-1}AP$  היא אלכסונית.  
ג. חשב את  $A^{10}$ .

### שאלה 4

פתור את המשוואות הבאות:

- א.  $z^3 - 10z^2 + 34z = 0$ .  
ב.  $z^2 - (1-3i)z - 2i - 2 = 0$ .  
ג.  $(i+1)(x+iy) = 4+2i$  מספרים ממשיים  $x, y$ .

### שאלה 5

חשב, ללא שימוש במשפט דה מואבר, את הביטויים הבאים:

- א.  $(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)^8$ .  
ב.  $\frac{5}{3+2i}$ .  
ג.  $(1+i+i^2+\dots+i^{34})^{71}$ .

## שאלה 6

א. הראה שלכל מספר מרוכב  $z = a + bi$  יש הופכי ונגדי.

ב. הוכח שלכל שני מספרים מרוכבים  $z_1, z_2$  (השונים מ-0) מתקיים  $\frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ .

ג. בסדרה הנדסית נתון:  $a_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, a_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .  
הוכח שלכל  $n$  טבעי סכום  $6n$  האיברים הראשונים הוא 0.

ד. פתור, בעזרת משפט דה מאובר, את המשוואות הבאות:  
i.  $z^7 = 1$ .

ii.  $z^4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{10}$ .