

מבחן מועד ב' – 88-610 בדידה למורים – תשע"ז

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 16/03/17 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. תהיינה שתי פונקציות  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . נגדיר ש  $f$  מתאימה ל  $g$  אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R}: f(x_2) = g(x_1)$$

א. האם  $f(x) = x^2$  מתאימה ל  $g(x) = (x-1)^2$ ?

ב. האם  $f(x) = e^x$  מתאימה ל  $g(x) = x$ ?

ג. תהיינה  $f, g$  כך ש  $f$  מתאימה ל  $g$ . האם בהכרח גם  $g$  מתאימה ל  $f$ ?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$ .

ב. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  אם  $A \setminus B \subseteq A \setminus C$  אזי  $A \cap C \subseteq A \cap B$ .

ג. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $(A \setminus B) \setminus C \subseteq A \setminus (B \setminus C)$ .

3. תהי סדרה מוגדרת ע"י  $a_1 = 1, a_2 = 2$  ונוסחת הנסיגה  $a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$ .

הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל  $n$  מתקיים כי  $a_{n+1} + a_n$  מתחלק ב-3.

4. תהיינה שתי פונקציות  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם  $f$  חח"ע אז גם  $f \circ f$  חח"ע.

ב. אם  $f \circ f$  חח"ע אז גם  $f$  חח"ע.

ג. אם  $f$  חח"ע ו  $g$  חח"ע אזי גם  $f + g$  חח"ע.

5. תהיינה קבוצות  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . ענו על השאלות הבאות בפירוט:

א. כמה פונקציות ישנן מהקבוצה  $A$  אל הקבוצה  $B$ ?

ב. כמה פונקציות חח"ע ישנן מהקבוצה  $A$  אל הקבוצה  $B$ ?

ג. בכמה פונקציות מהקבוצה  $A$  אל הקבוצה  $B$ , לפחות איבר אחד נשלח ל 4?

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	$k$ מתוך $n$
$\binom{n-1+k}{n-1}$	$n^k$	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה