תרגיל לעבודה עצמית 7

שאלה 1

1. פתור המערכות הבאות בשימוש פעולות שורה בסיסיות על המשוואות.

(א)
$$\begin{aligned} x_1+7x_2&=4 \\ -2x_1-9x_2&=2 \end{aligned}$$

(ב)
$$\begin{aligned} x_2-4x_3&=8 \\ 2x_1-3x_2+2x_3&=1 \\ 10x_1-16x_2+14x_3&=2 \end{aligned}$$
.

2. במערכת (א) ציירו את הישרים עבור המשוואות וסמנו את נקודת החיתוך.

שאלה 2

במערכת הבאה, החלף את סימן השאלה במספר כך ש

א. למערכת יש 0 פתרונות.

ב. למערכת יש אינסוף פתרונות.

$$\begin{aligned} 3x+2y&=7 \\ 6x+4y&=? \end{aligned}$$
.

ג. הצב את הערך שקיבלת בסעיף ב ורשום את הפתרון הכללי של המערכת.

שאלה 3

נתונה מערכת משוואות מעל שדה הממשיים.

$$\begin{cases} x_1+(a-1)x_2-x_3=4 \\ ax_1+(a-1)x_2-x_3=a+3 \\ x_1+(a-1)x_2+(a-3)x_3=7 \end{cases}$$
.

א. לאילו ערכים של a יש למערכת פתרון יחיד?

ב. לאילו ערכים של a אין פתרון למערכת?

ג. לאילו ערכים של a יש למערכת אינסוף פתרונות? במקרה זה מצא גם את הפתרון הכללי.

שאלה 4

עבור אילו ערכי k למערכת הבאה: א. אין פתרון

ב. יש פתרון יחיד

ג. אינסוף פתרונות

$$\begin{aligned} x+2y+kz&=-1 \\ x-3z&=-3 \\ 2x+ky-z&=-4 \end{aligned}$$

ד. הצב את הערך שקיבלת בסעיף ג ורשום את הפתרון הכללי של המערכת.

שאלה 5

נתונה מערכת משוואות ליניארית הומוגנית של m משוואות ו n נעלמים.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + \ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ . \\ . \\ . \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

א. הוכיחו שאם $c = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$ הוא פתרון של המערכת, אזי לכל סקלר λ גם λc הוא פתרון.

ב. הוכיחו כי אם $c = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n), d = (\delta_1, \ldots, \delta_n)$ הם פתרונות של המערכת, אזי גם $c + d$ הוא פתרון של המערכת.

ג. הסיקו משני הסעיפים הקודמים כי אם $c = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n), d = (\delta_1, \ldots, \delta_n)$ הם פתרונות של המערכת ו λ_1, λ_2 הם סקלרים כלשהם, אזי גם $\lambda_1 c + \lambda_2 d$ הוא פתרון של המערכת.

ד. הוכיחו או הפריכו: תכונות א,ב,ג מתקיימות גם עבור מערכת משוואות ליניארית לא הומוגנית.