

מבחן מועד ד' – בדידה למורים – תשפ"ג

משך המבחן: ארבע שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 03/05/23 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. נקראת מבטיחה אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R}: f(x_2) < f(x_1)$$
 - א. האם $f(x) = \sin(x)$ היא מבטיחה?
 - ב. האם $f(x) = x$ מבטיחה?
 - ג. תהי $f(x)$ מבטיחה, האם בהכרח גם $-f(x)$ מבטיחה?
2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:
 - א. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A \cap B \subseteq (A \setminus C) \cap B$.
 - ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A \cap B \supseteq (A \setminus C) \cap B$.
 - ג. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים $A \cup P(B) \neq A$.
3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
4. תהיינה שתי פונקציות $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:
 - א. אם $f \circ g$ הפיכה וכן $g \circ f$ חח"ע אזי f הפיכה.
 - ב. אם f חח"ע וכן g הפיכה אזי $f \circ g$ על.
 - ג. אם f חח"ע וכן $f \circ g$ חח"ע אזי g חח"ע.
5. בכמה דרכים ניתן לחלק 20 שקלים ל-4 ילדים כך ש:
 - א. ללא הגבלה.
 - ב. כל ילד יקבל לפחות שקל אחד.
 - ג. בדיוק ילד אחד יקבל אפס שקלים, וכל ילד אחר יקבל לפחות שקל אחד.

נוסחאות הבחירה:

k מתוך n	עם סדר	בלי סדר
עם חזרה	n^k	$\binom{n-1+k}{n-1}$
בלי חזרה	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$