

88-235 אנליזת פורייה – מועד ב'

מרצה: דר' ארז שיינר
משך המבחן: שלוש שעות
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
משקל כל שאלה: 28 נק'
ענו על כל השאלות
כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

.1

א. תהי $f(x) = x \cdot \sin(x)$ הוכיחו כי טור הפורייה שלה הינו:

$$f \sim 1 - \frac{\cos(x)}{2} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n^2 - 1} \cos(nx)$$

תזכורת:

$$\sin(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\sin(a + b) - \sin(b - a)]$$

ב. חשבו את טור הפורייה של $g(x) = x \cdot \cos(x)$

.2 חשבו את הטורים הבאים:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 1}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2 - 1)^2}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(n^2 - 1)^2}$$

.3

א. חשבו את טור הקוסינוסים של $f(x) = \sin(x)$
ב. חשבו את טור הסינוסים של $f(x) = x$

4. זכרו כי התמרת הפוריה של הפונקציה $h(x) = e^{-x^2}$ הינה:

$$\mathcal{F}[e^{-x^2}](s) = \frac{e^{-\frac{s^2}{4}}}{2\sqrt{\pi}}$$

א. חשבו את התמרת הפוריה של הפונקציה $g(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$
ב. מצאו פונקציה $f(x)$ המקיימת

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(x-t)dt = e^{-\frac{x^2}{2}}$$