

מבחן מועד ב' – חדו"א 2 לאודיסאה- 86-148 – 26/09/24

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משך המבחן: שלוש שעות

מרצה: דר' ארז שיינר

כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

ענו על כל השאלות

משקל כל שאלה: 20 נק'

1. נביט בפונקציה הגבול של טור טיילור סביב אפס עם רדיוס התכנסות $R = \infty$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

א. מצאו את טור הטיילור סביב אפס המתכנס ל $f(x)$.

ב. מצאו את a .

2. נביט בסדרת הפונקציות

$$f_n(x) = \frac{x^n}{n^x}$$

א. מצאו את פונקציה הגבול $f(x)$ של הסדרה, ואת תחום ההגדרה שלה.

ב. קבעו והוכיחו אם הסדרה מתכנסת במידה שווה בקטע $[0,1]$. תזכורת: $(a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$.

3. תהי $u(x, y)$ פונקציה דיפרנציאבילית. נביט בפונקציות $h(x) = u(u(x, x), x)$, $g(x) = u(2x, 1 - x)$

א. חשבו את $g'(x)$, הביעו תשובתכם בעזרת u, u_x, u_y .

ב. חשבו את $h'(x)$, הביעו תשובתכם בעזרת u, u_x, u_y .

4. יהיו פרמטרים $a, b \in \mathbb{R}$ ותהי פונקציה $f(x, y) = x^2 - y^2 + ax + by$

נתון כי המישור $z = ax + by + C$ משיק ל $f(x, y)$ בנקודה (x_0, y_0) .

א. מצאו את הנקודה (x_0, y_0) .

ב. מצאו את הקבוע C .

5. נעם הכינה עוגת יום הולדת לנטע, שהתחתית שלה היא התחום $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$

וגובהה הוא $f(x, y) = 1 - x^2$.

מצאו את שטח הפנים של קירות העוגה (לא כולל התחתית והתקרה), ומצאו את נפח העוגה.

6. נסמן ב M את שטח הפנים העליון של העוגה של נטע:

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 \leq 1, z = 1 - x^2\}$$

נטע שאפה לקראת הנשיפה לכבות את הנרות שעל העוגה, עוצמת לחץ האוויר שיצרה מתואר על ידי השדה הוקטורי

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(-\frac{x}{2}\right)\hat{i} + (z)\hat{j} + \hat{k}$$

חשבו את השטף של האוויר שפגע בעוגה, כלומר את האינטגרל המשטחי מסוג שני

$$\iint_M \vec{F} \cdot \hat{n} dS$$

כאשר הנורמל $\hat{n}$ מכון כלפי פנים העוגה.

תזכורת:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$