

הגדרה ברקורסיה

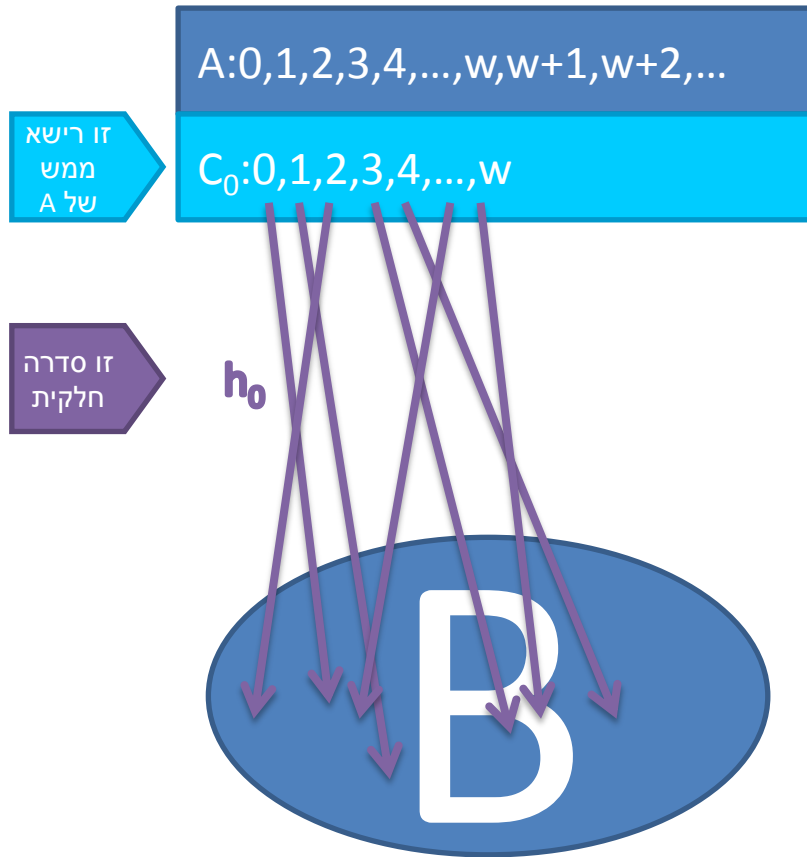
# סדרה חלקית

$A: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w, w+1, w+2, \dots$

תהי  $A$  קבוצה סדורה,  $B$  לא ריקה.

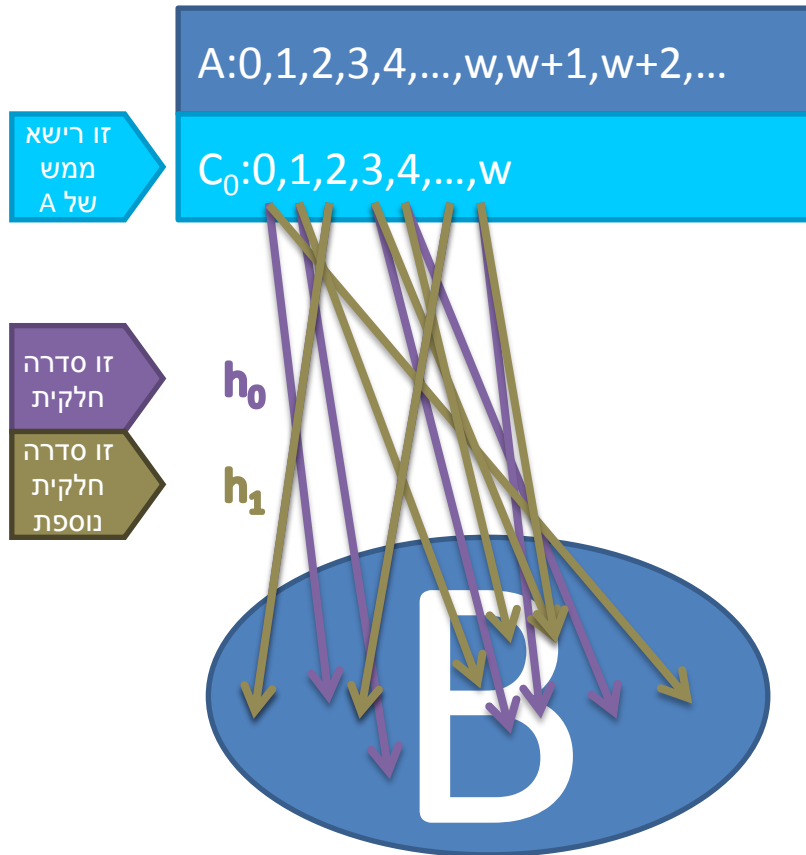


# סדרה חלקית



תהי  $A$  קבוצה סדורה,  $B$  לא ריקה.  
סדרה חלקית מ- $A$  ל- $B$  היא פונקציה מרישא ממש של  $A$  ל- $B$ . אם נסמן רישא  $C$  (רישא של  $A$ ) נוכל לסמן סדרה חלקית כפונקציה מ- $A$  ל- $B$  מצומצמת ל- $C$ . (אנו מצמצמים את התחום).

# סדרה חלקית



תהי A קבוצה סדורה, B לא ריקה.  
סדרה חלקית מ-A ל-B היא פונקציה מרישא ממש של A ל-B. אם נסמן רישא זו C (רישא של A) נוכל לסמן סדרה חלקית כפונקציה מ-A ל-B מצומצמת ל-C. (אנו מצמצמים את התחום).  
ניסוח מחדש: תהי A סדורה, B לא ריקה, C רישא ממש של A. אז פונקציה  $h: C \rightarrow B$  היא סדרה חלקית.

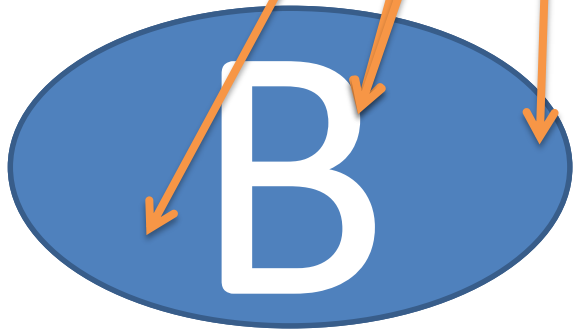
# סדרה חלקית

$A: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w, w+1, w+2, \dots$

$C_1: 0, 1, 2, 3$

גם זו  
רישא  
ממש  
של A

הנה  
עוד  
סדרה  
חלקית  
 $h_2$



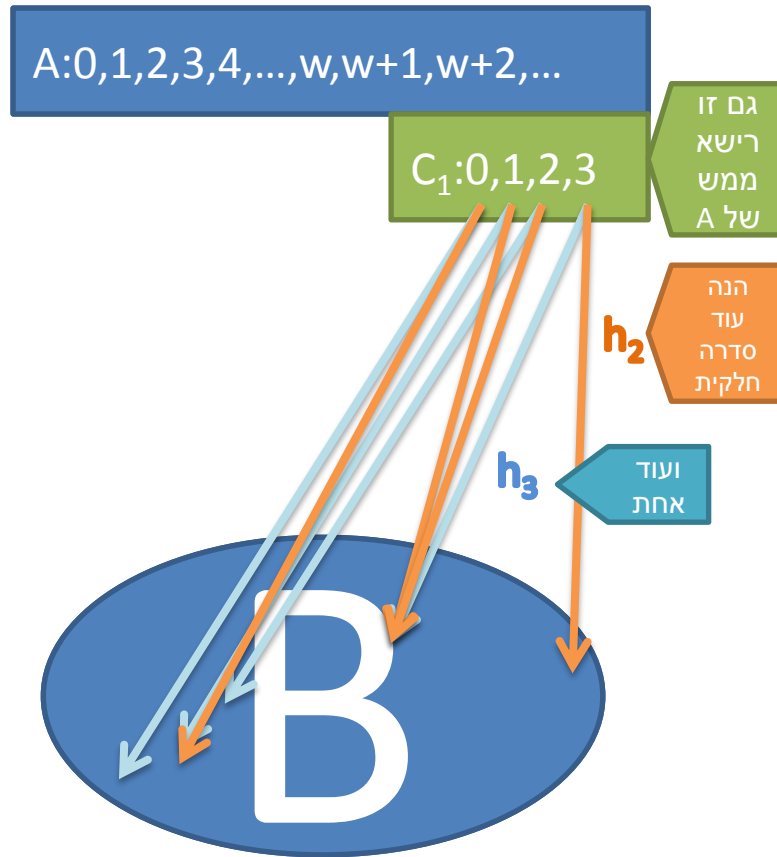
תהי A קבוצה סדורה, B לא ריקה.

סדרה חלקית מ-A ל-B היא פונקציה מרישא ממש של A ל-B. אם נסמן רישא זו C (רישא של A) נוכל לסמן סדרה חלקית כפונקציה מ-A ל-B מצומצמת ל-C. (אנו מצמצמים את התחום).

ניסוח מחדש: תהי A סדורה, B לא ריקה, C רישא ממש של A. אז פונקציה  $h: C \rightarrow B$  היא סדרה חלקית.

אם נסמן V את קבוצת הרישות ממש של A (זו תת קבוצה של קבוצת החזקה של A) אז ניתן יהיה להגדיר את קבוצת הסדרות החלקיות מ-A ל-B:

# סדרה חלקית



תהי A קבוצה סדורה, B לא ריקה.

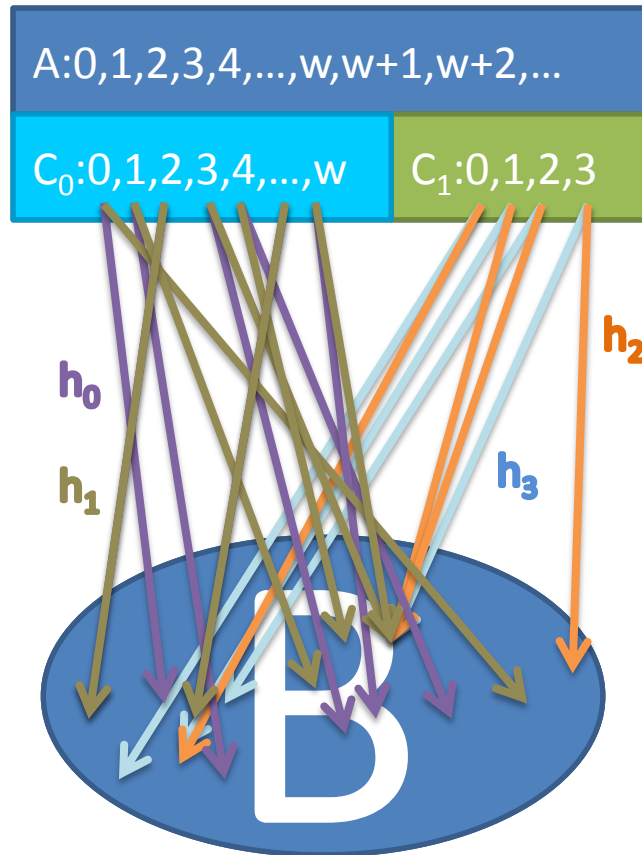
סדרה חלקית מ-A ל-B היא פונקציה מרישא ממש של A ל-B. אם נסמן רישא זו C (רישא של A) נוכל לסמן סדרה חלקית כפונקציה מ-A ל-B מצומצמת ל-C. (אנו מצמצמים את התחום).

ניסוח מחדש: תהי A סדורה, B לא ריקה, C רישא ממש של A. אז פונקציה  $h: C \rightarrow B$  היא סדרה חלקית.

אם נסמן V את קבוצת הרישות ממש של A (זו תת קבוצה של קבוצת החזקה של A) אז ניתן יהיה להגדיר את קבוצת הסדרות החלקיות מ-A ל-B:

$$D = \bigcup_{C \in V} \{h \in B^C\}$$

# סדרה חלקית



תהי  $A$  קבוצה סדורה,  $B$  לא ריקה.  
סדרה חלקית מ- $A$  ל- $B$  היא פונקציה מרישא ממש של  $A$  ל- $B$ . אם נסמן רישא  $C$  (רישא של  $A$ ) נוכל לסמן סדרה חלקית כפונקציה מ- $A$  ל- $B$  מצומצמת ל- $C$ . (אנו מצמצמים את התחום).

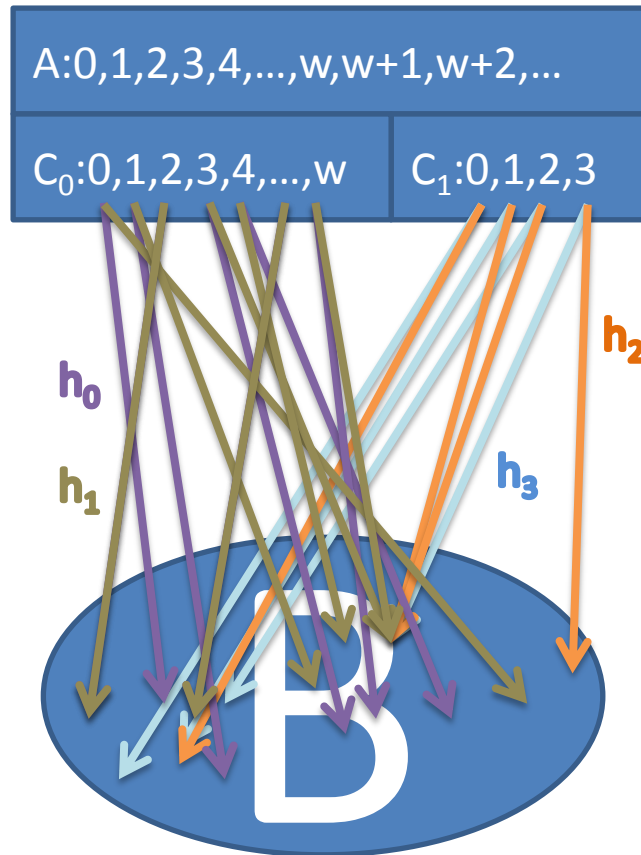
ניסוח מחדש: תהי  $A$  סדורה,  $B$  לא ריקה,  $C$  רישא ממש של  $A$ . אז פונקציה  $h: C \rightarrow B$  היא סדרה חלקית.

אם נסמן  $V$  את קבוצת הרישות ממש של  $A$  (זו תת קבוצה של קבוצת החזקה של  $A$ ) אז ניתן יהיה להגדיר את קבוצת הסדרות החלקיות מ- $A$  ל- $B$ :

$$D = \bigcup_{C \in V} \{h \in B^C\}$$

שימו לב! בקבוצה זו יש סדרות מכל אורך שהוא רישא-ממש של  $A$ .

# פונקציה $g$ מקבוצת הסדרות החלקיות



אנו נרצה לסמן על ידי  $g$  פונקציה  
מקבוצת הסדרות החלקיות  $D$  ל- $B$ .



# פונקציה $g$ מקבוצת הסדרות החלקיות

$A: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w, w+1, w+2, \dots$

$C_0: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w$

$C_1: 0, 1, 2, 3$

אנו נרצה לסמן על ידי  $g$  פונקציה מקבוצת הסדרות החלקיות  $D$ -ל- $B$ .  
 $g$  יכולה להתחשב בכל האיברים בסדרה החלקית, או רק באיבר הראשון או האחרון.

$h_0$

$h_2$

$h_1$

$h_3$

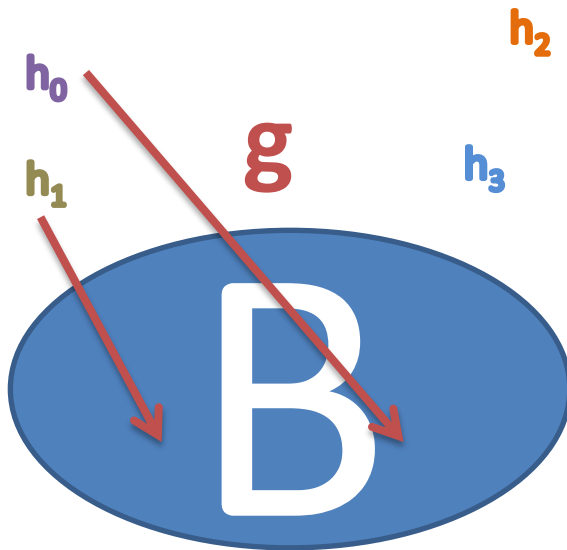


# פונקציה $g$ מקבוצת הסדרות החלקיות

$A: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w, w+1, w+2, \dots$

$C_0: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w$

$C_1: 0, 1, 2, 3$



אנו נרצה לסמן על ידי  $g$  פונקציה מקבוצת הסדרות החלקיות  $D$  ל- $B$ .

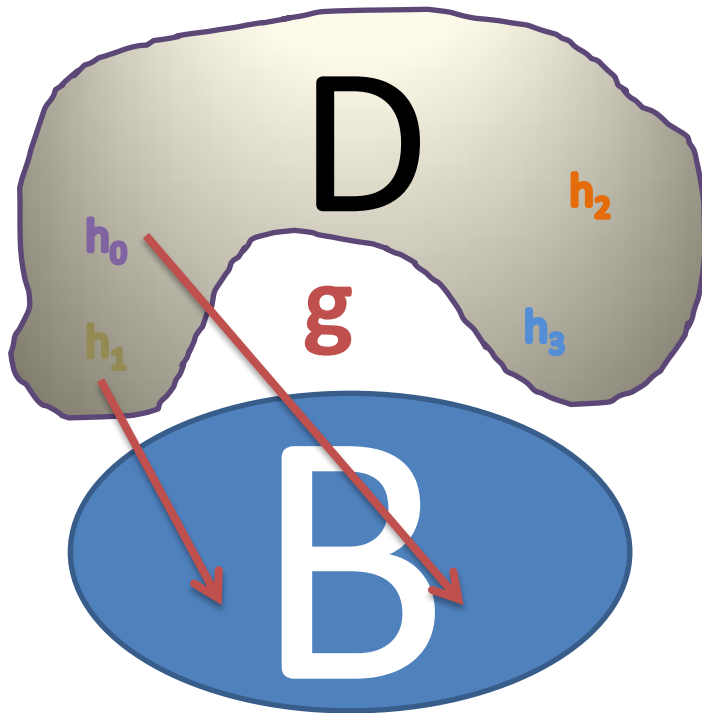
$g$  יכולה להתחשב בכל האיברים בסדרה החלקית, או רק באיבר הראשון או האחרון.

היא יכולה להתיחס רק לאיברים הזוגיים עד האיבר העשירי.

היא יכולה לעשות הכל. הכל.

# פונקציה $g$ מקבוצת הסדרות החלקיות

$A: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w, w+1, w+2, \dots$



אנו נרצה לסמן על ידי  $g$  פונקציה מקבוצת הסדרות החלקיות  $D$  ל- $B$ .

$g$  יכולה להתחשב בכל האיברים בסדרה החלקית, או רק באיבר הראשון או האחרון.

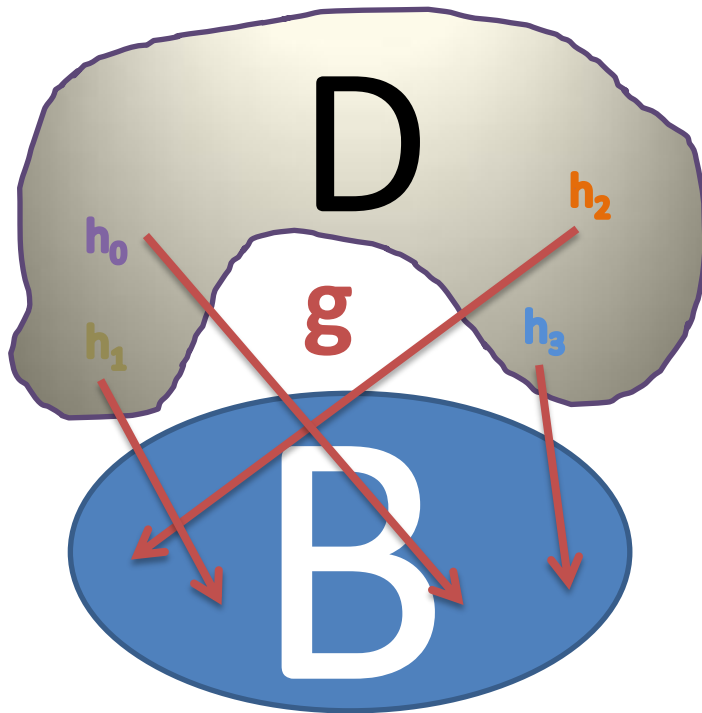
היא יכולה להתיחס רק לאיברים הזוגיים עד האיבר העשירי.

היא יכולה לעשות הכל. הכל.

אבל היא צריכה להיות מוגדרת היטב, ז.א. היא יחס חד ערכי מ- $D$  ל- $B$ .

# פונקציה $g$ מקבוצת הסדרות החלקיות

$A: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w, w+1, w+2, \dots$



אנו נרצה לסמן על ידי  $g$  פונקציה מקבוצת הסדרות החלקיות  $D$  ל- $B$ .

$g$  יכולה להתחשב בכל האיברים בסדרה החלקית, או רק באיבר הראשון או האחרון.

היא יכולה להתיחס רק לאיברים הזוגיים עד האיבר העשירי.

היא יכולה לעשות הכל. הכל.

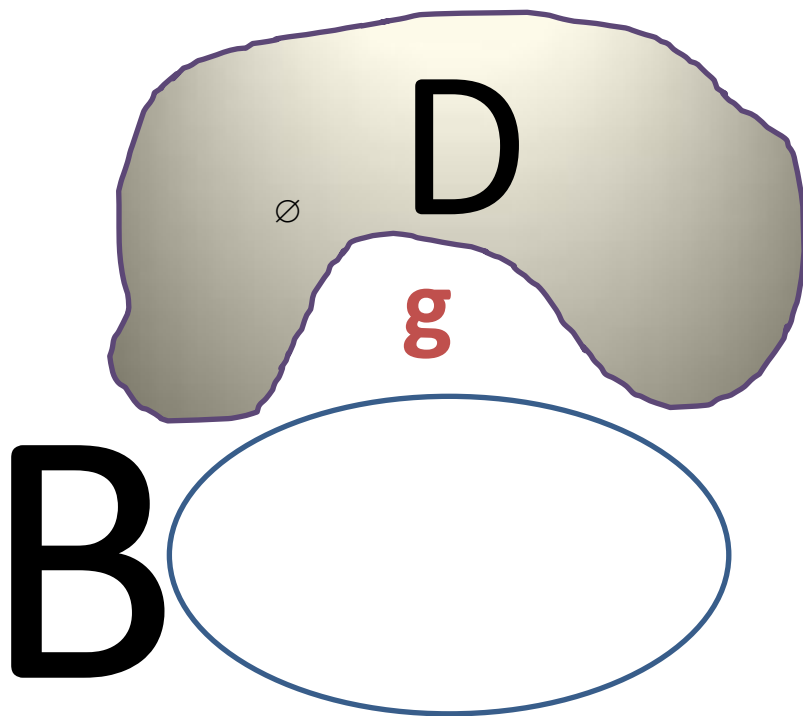
אבל היא צריכה להיות מוגדרת היטב, ז.א. היא יחס חד ערכי מ- $D$  ל- $B$ .

לכל סדרה חלקית היא מתאימה ערך יחיד ב- $B$ .

# משפט ההגדרה ברקורסיה

אם A סדורה היטב, B לא ריקה,

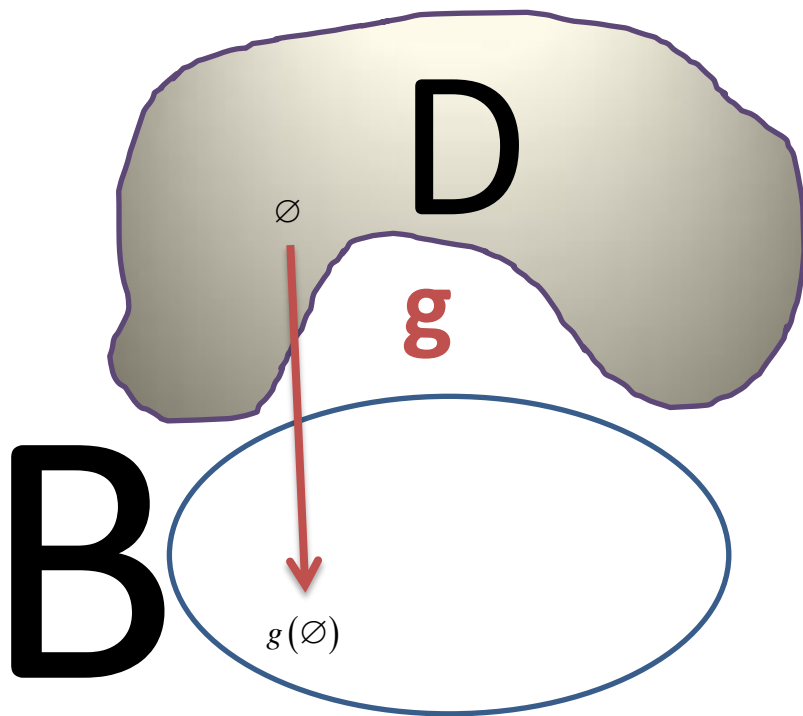
A: 0, 1, 2, 3, 4, ..., w, w+1, w+2, ...



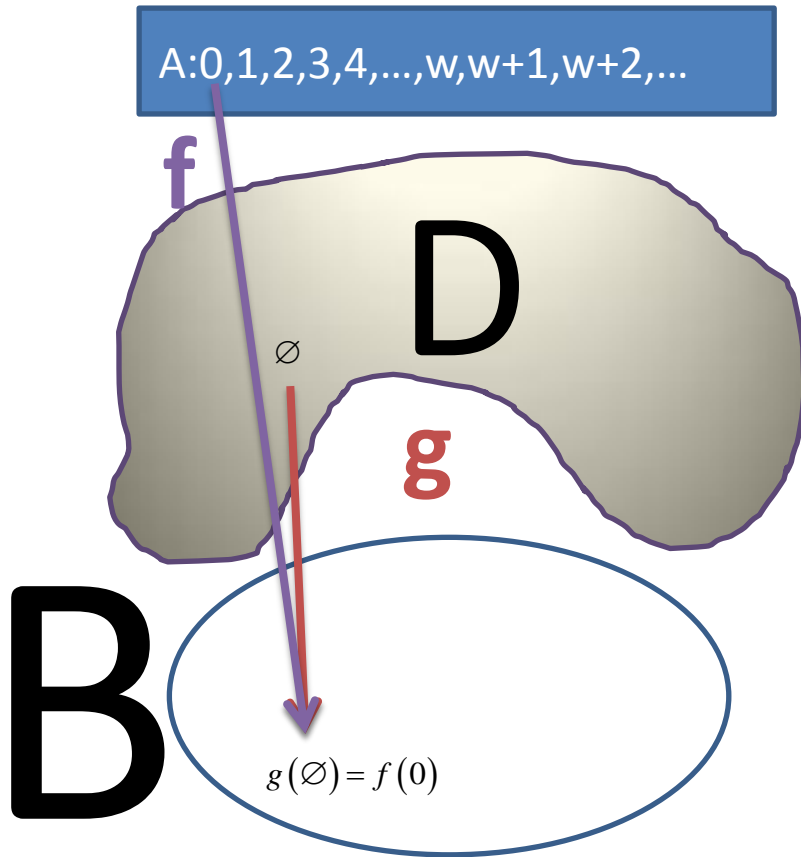
# משפט ההגדרה ברקורסיה

$A: 0, 1, 2, 3, 4, \dots, w, w+1, w+2, \dots$

אם  $A$  סדורה היטב,  $B$  לא ריקה,  
ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

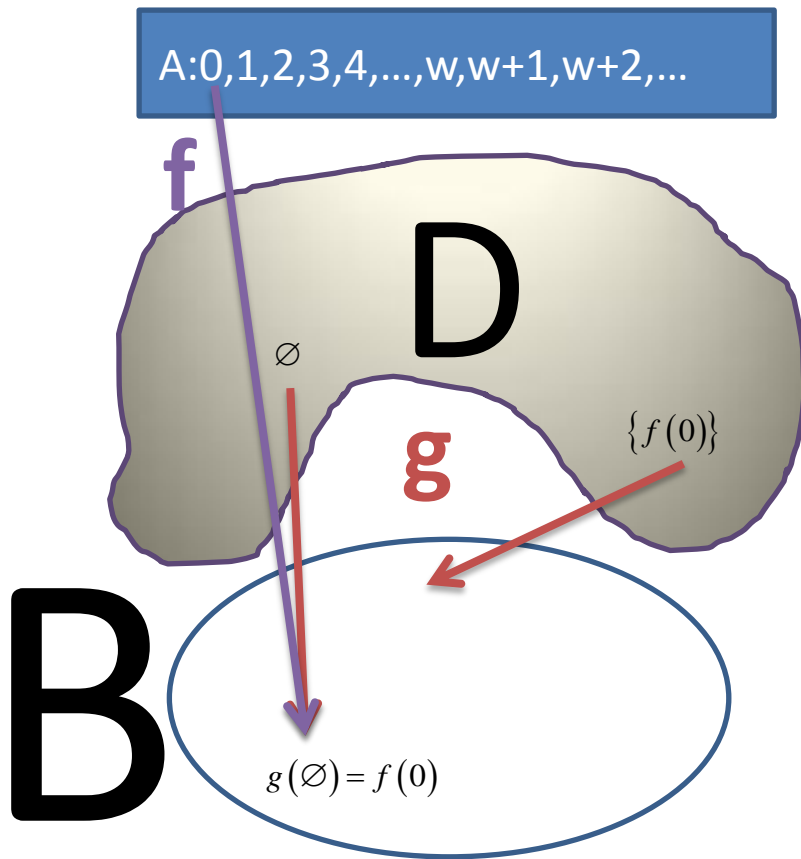


# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה היטב,  $B$  לא ריקה,  
ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל  
אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$

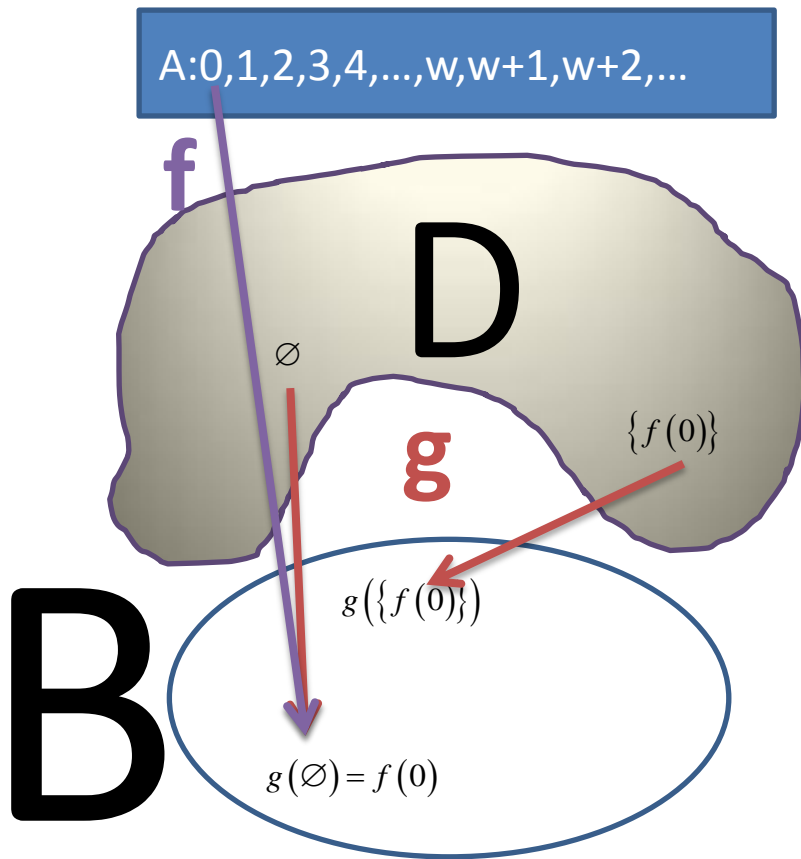
# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה היטב,  $B$  לא ריקה,  
ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל  
אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$   
המקיימת את תנאי הרקורסיה



# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה היטב,  $B$  לא ריקה,

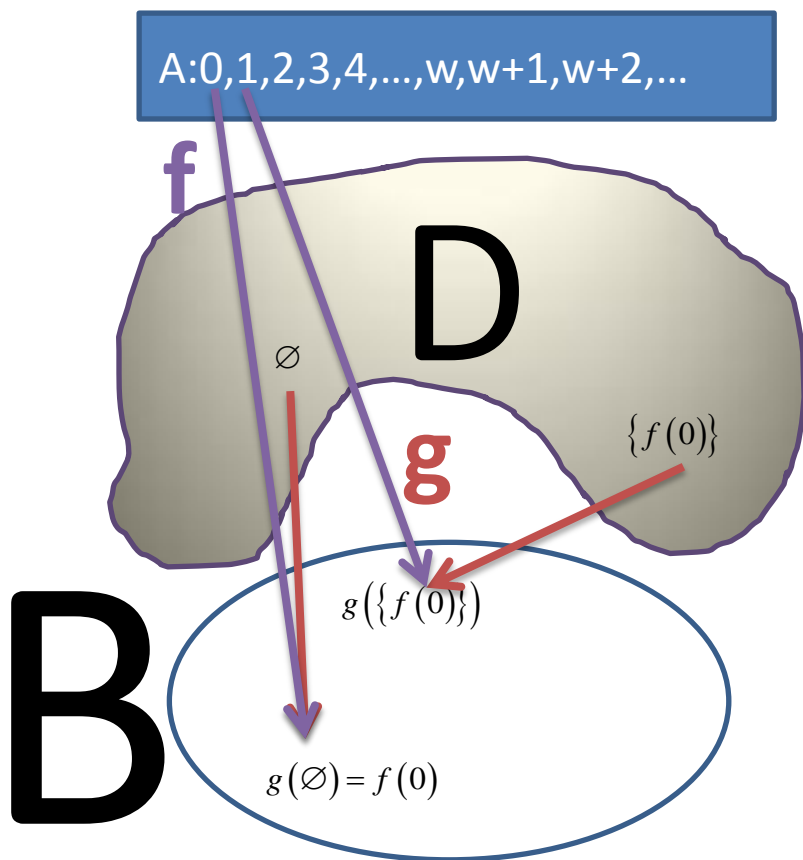
ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$

המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה,

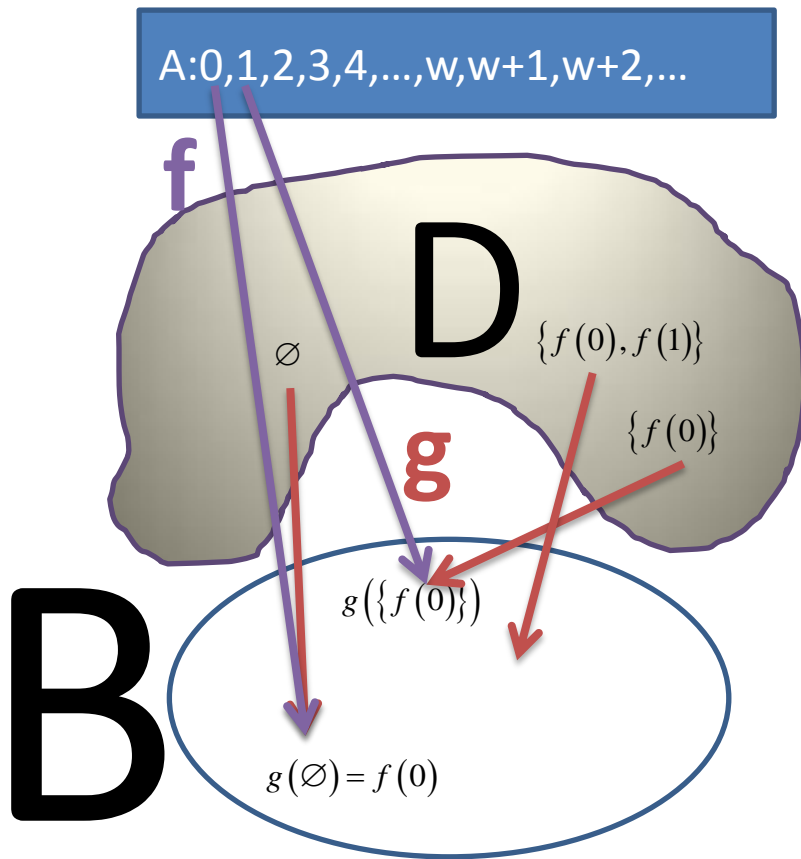
ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$   
המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה,

ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

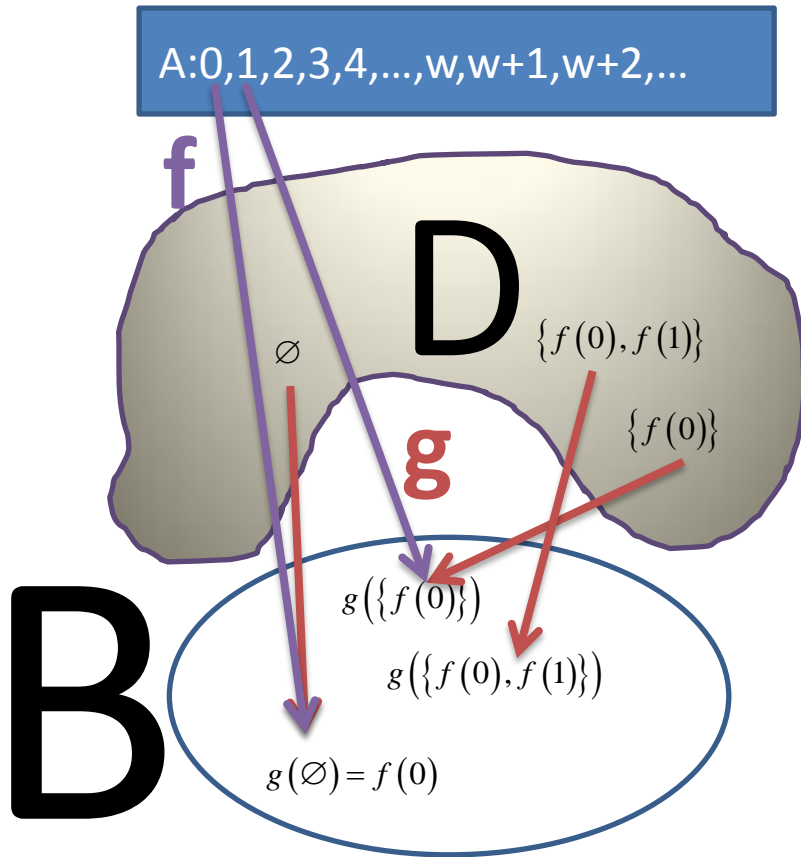
אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$   
המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .

# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה,

ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$  המקיימת את תנאי הרקורסיה

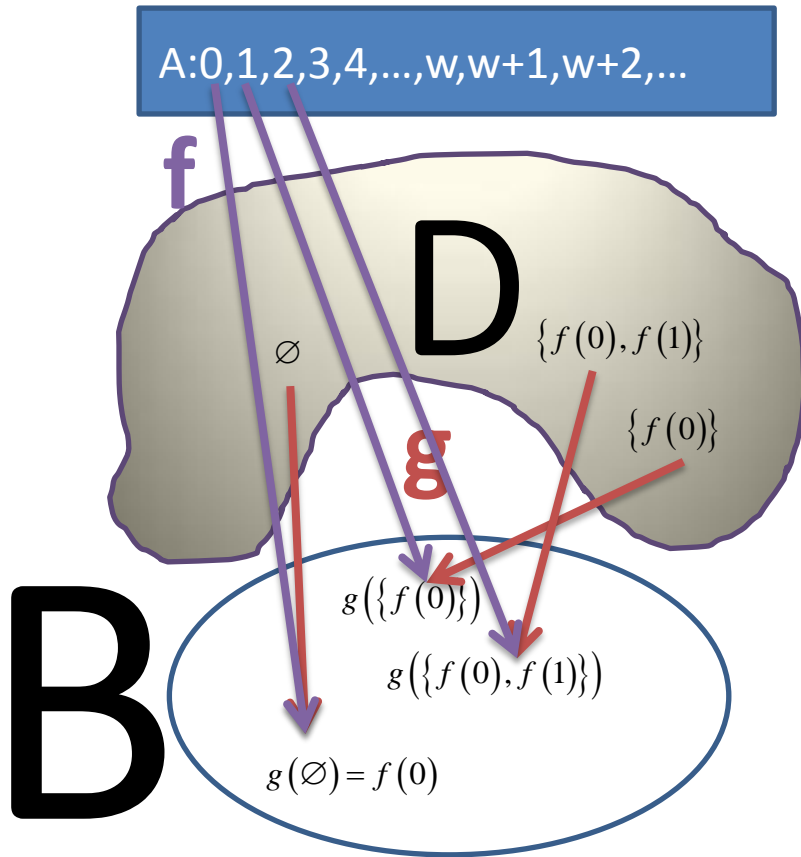
$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .

אם  $A$  סופית ניתן לבנות את  $f$  צעד אחר צעד.

# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה,

ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$  המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

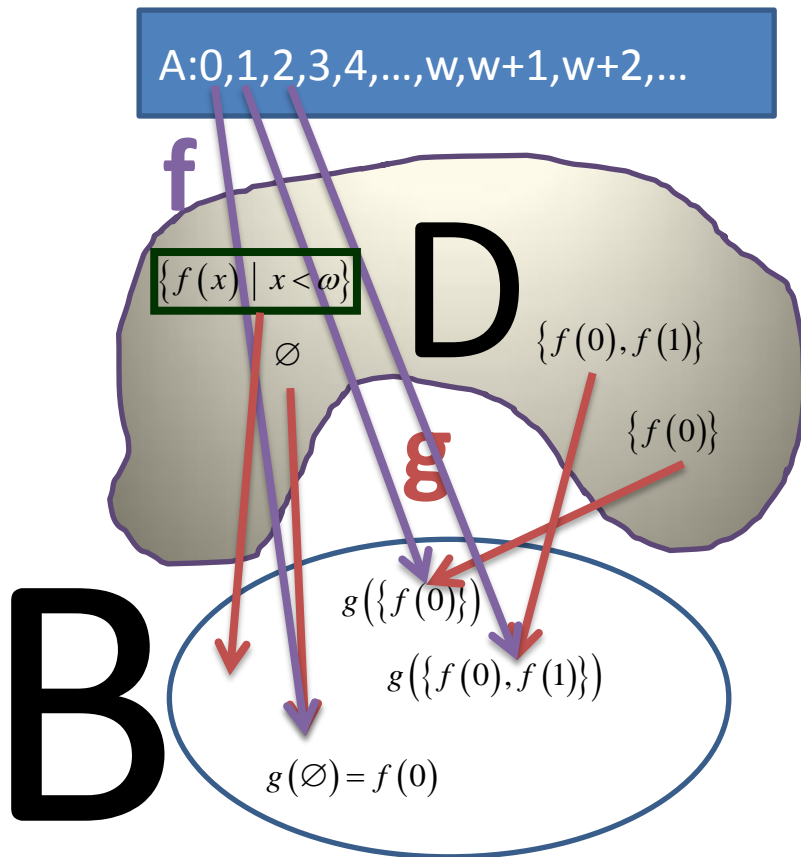
$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .

אם  $A$  סופית ניתן לבנות את  $f$  צעד אחר צעד.

אם  $A$  אינסופית, לא נוכל לבנותה צעד אחר צעד;

# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה,  
ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל  
אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$   
המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

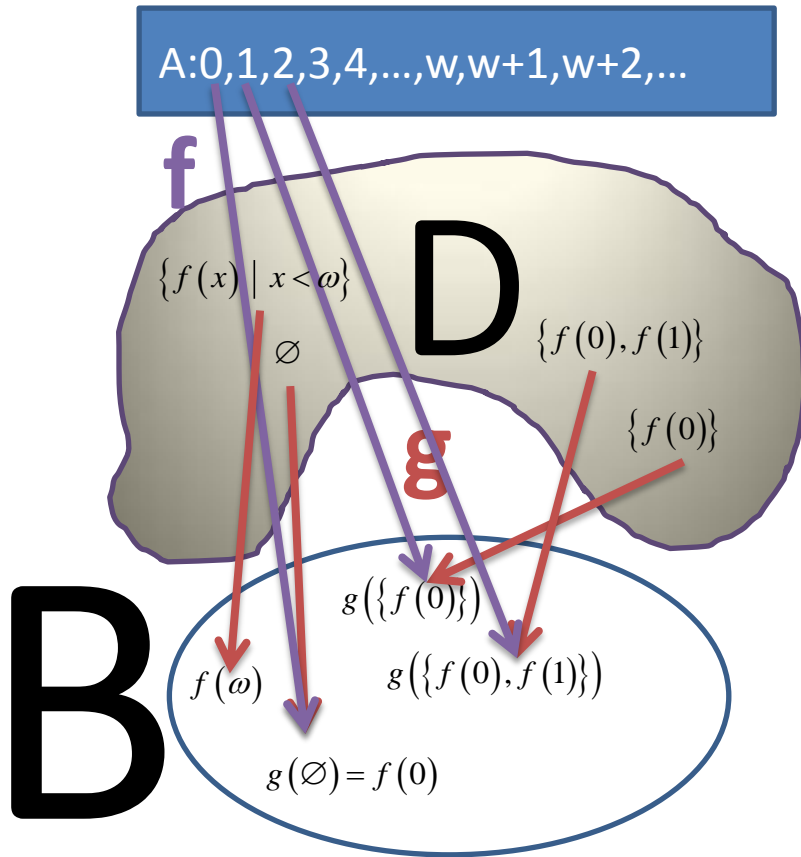
$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .

אם  $A$  סופית ניתן לבנות את  $f$  צעד אחר צעד.

אם  $A$  אינסופית, לא נוכל לבנותה צעד אחר צעד; לפעמים נוכל לדעת את ערכיה בכל מקום שנבקש.

# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה, ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$  המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

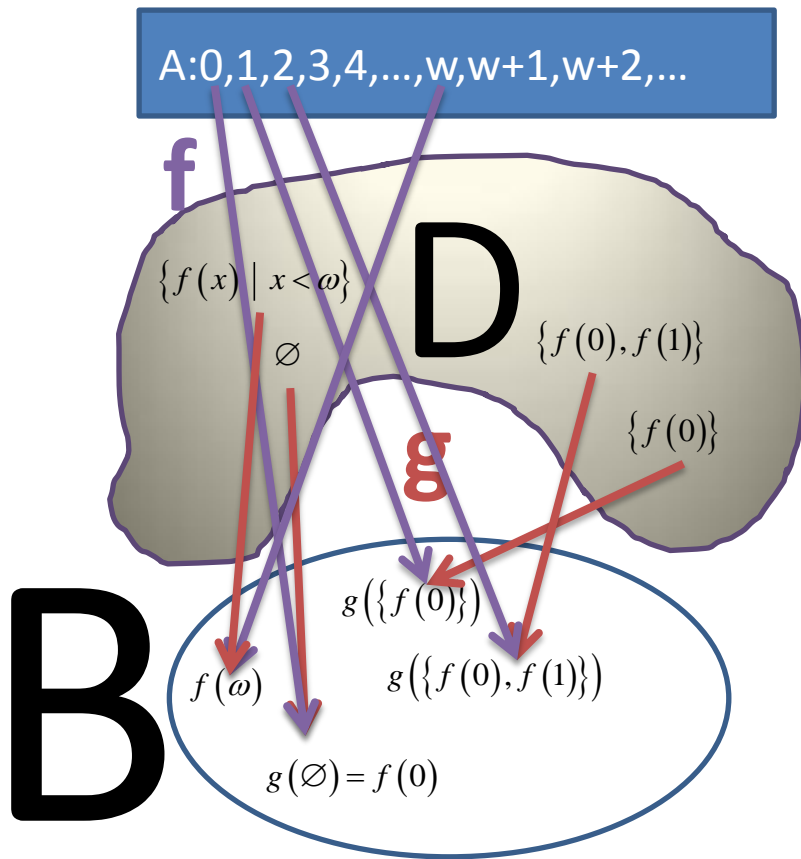
ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .

אם  $A$  סופית ניתן לבנות את  $f$  צעד אחר צעד.

אם  $A$  אינסופית, לא נוכל לבנותה צעד אחר צעד; לפעמים נוכל לדעת את ערכיה בכל מקום שנבקש.

המשפט קובע רק שהפונקציה קיימת ויחידה,

# משפט ההגדרה ברקורסיה



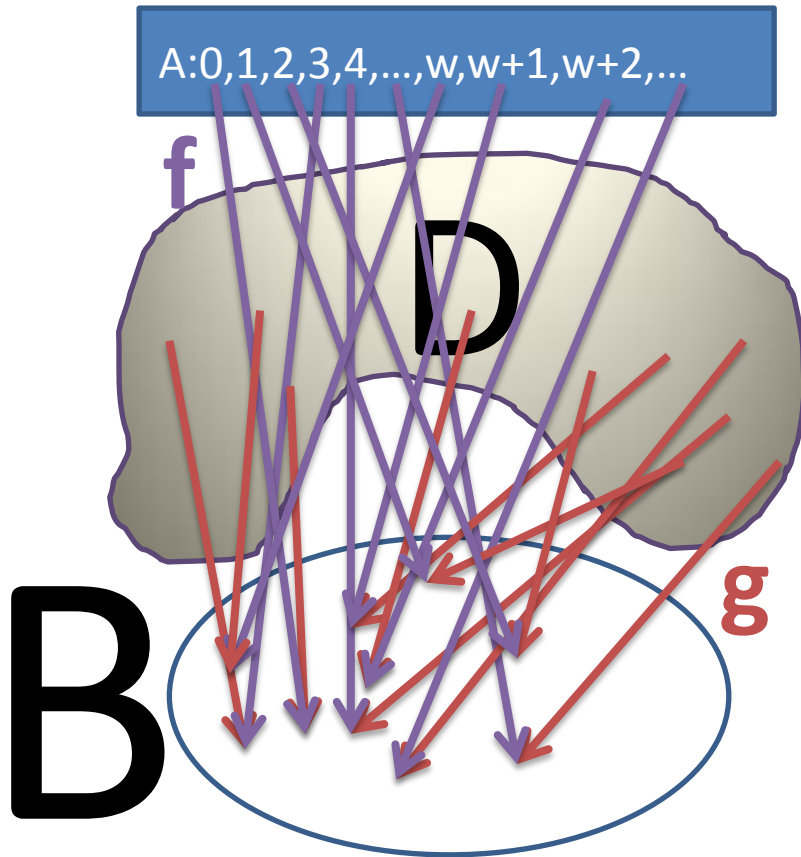
אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה, ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$  המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).  
 ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .  
 אם  $A$  סופית ניתן לבנות את  $f$  צעד אחר צעד.  
 אם  $A$  אינסופית, לא נוכל לבנותה צעד אחר צעד; לפעמים נוכל לדעת את ערכיה בכל מקום שנבקש.  
 המשפט קובע רק שהפונקציה קיימת ויחידה, ובתנאי ש- $A$  סדורה היטב.



# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה,

ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$   
המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .

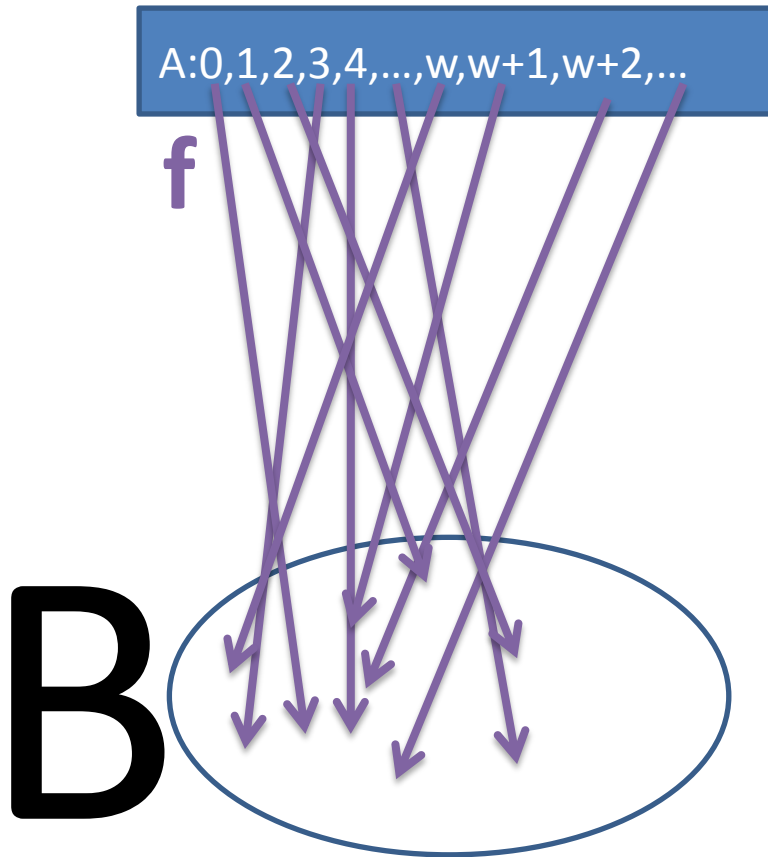
אם  $A$  סופית ניתן לבנות את  $f$  צעד אחר צעד.

אם  $A$  אינסופית, לא נוכל לבנותה צעד אחר צעד; לפעמים נוכל לדעת את ערכיה בכל מקום שנבקש.

המשפט קובע רק שהפונקציה קיימת ויחידה, ובתנאי ש- $A$  סדורה היטב.

היא מוגדרת מכל  $A$ .

# משפט ההגדרה ברקורסיה



אם  $A$  סדורה **היטב**,  $B$  לא ריקה,

ועבור  $g: D \rightarrow B$  כפי שהגדרנו לעיל

אזי קיימת פונקציה אחת ויחידה  $f: A \rightarrow B$   
המקיימת את תנאי הרקורסיה

$$\forall a \in A \quad f(a) = g(\{f(x) \mid x < a\})$$

$f$  כאמור הינה סדרה לא חלקית (כי היא לא מרישא ממש).

ובאופן מילולי:  $f(a)$  היא התוצאה של  $g$  כאשר היא מופעלת על הסדרה החלקית ש- $f$  יצרה על כל קודמיו של  $a$ .

אם  $A$  סופית ניתן לבנות את  $f$  צעד אחר צעד.

אם  $A$  אינסופית, לא נוכל לבנותה צעד אחר צעד; לפעמים נוכל לדעת את ערכיה בכל מקום שנבקש.

המשפט קובע רק שהפונקציה קיימת ויחידה, ובתנאי ש- $A$  סדורה היטב.

היא מוגדרת מכל  $A$ .