תרגיל 11 למורים

1. בכל אחת מהקבוצות בדקו אם היא בסיס ל- $\Re^3$ אם יש בה וקטורים מיותרים –הורידו אותם, אם חסר וקטור – השלימו כך שיתקבל בסיס.

א. $\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$ ב. $\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$ ג. $\left\{\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$ ד. $\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$

2. לכל אחת מהמטריצות הבאות מצאו בסיס למרחבי השורות, העמודות והאפס:

$$A=\begin{bmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\9&9&9&9\end{bmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1&1&3\\-1&3&1\\1&0&2\\-1&1&-1\end{pmatrix}$$

לפי תשובתכם מהי הדרגה של כל מטריצה ?

3. תהי $A\in\Re^{n\times n}$. הוכיחו או הפריכו :

א. אם למערכת $Ax=b$ קיים פתרון יחיד אזי: $R(A)=\Re^n$.

ב. נניח כי: $rank(A)<n$ אזי יכול להיות שלכל $x\neq 0$ מתקיים: $Ax\neq 0$.

ג. נניח שמטריצה $B\in\Re^{n\times n}$ מתקבלת מ-A אחרי מס' פעולות שורה. אזי :

(i) מרחב השורות של B,A שווה.

(ii) מרחב העמודות שלהן שווה.

(iii) מרחב האפס שלהן שווה.